



扫码查看解析

2021-2022学年北京市平谷区八年级（上）期末试卷

数 学

注：满分为100分。

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

1. 下列交通标志中，是轴对称图形的是()



向左转弯



直行和向右转弯



直行



环岛行驶

2. 若最简二次根式 $\sqrt{a+1}$ 与最简二次根式 $\sqrt{2a}$ 是同类二次根式，则 a 的值是()

A. $a=1$

B. $a=-1$

C. $a=2$

D. $a=-2$

3. 下列分式中最简分式是()

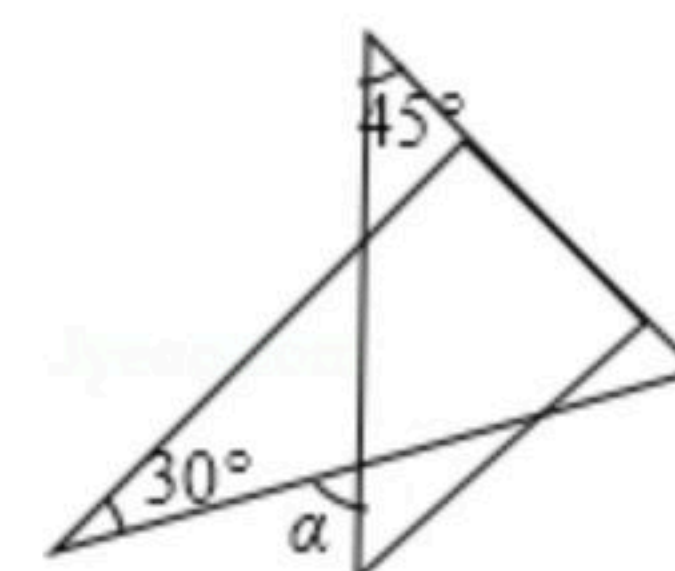
A. $\frac{2x+4}{6x+8}$

B. $\frac{x+y}{x^2-y^2}$

C. $\frac{x^2+y^2}{x+y}$

D. $\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2}$

4. 将一副直角三角板按如图所示的位置放置，使含 30° 角的三角板的一条直角边和含 45° 角的三角板的一条直角边放在同一条直线上，则 $\angle\alpha$ 的度数是()



A. 45°

B. 60°

C. 75°

D. 85°

5. 下列事件中，属于随机事件的是()

A. 用长度分别是 $1cm$ ， $2cm$ ， $3cm$ 的细木条首尾顺次相连可组成一个三角形

B. 用长度分别是 $3cm$ ， $4cm$ ， $5cm$ 的细木条首尾顺次相连可组成一个直角三角形

C. 如果一个三角形有两个角相等，那么两个角所对的边也相等

D. 有两组对应边和一组对应角分别相等的两个三角形全等

6. 等腰三角形的一个角是 70° ，则它的一个底角的度数是()

A. 70°

B. 70° 或 55°

C. 80°

D. 55°

7. 下列命题是假命题的是()

A. 直角三角形两锐角互余

B. 有三组对应角相等的两个三角形全等

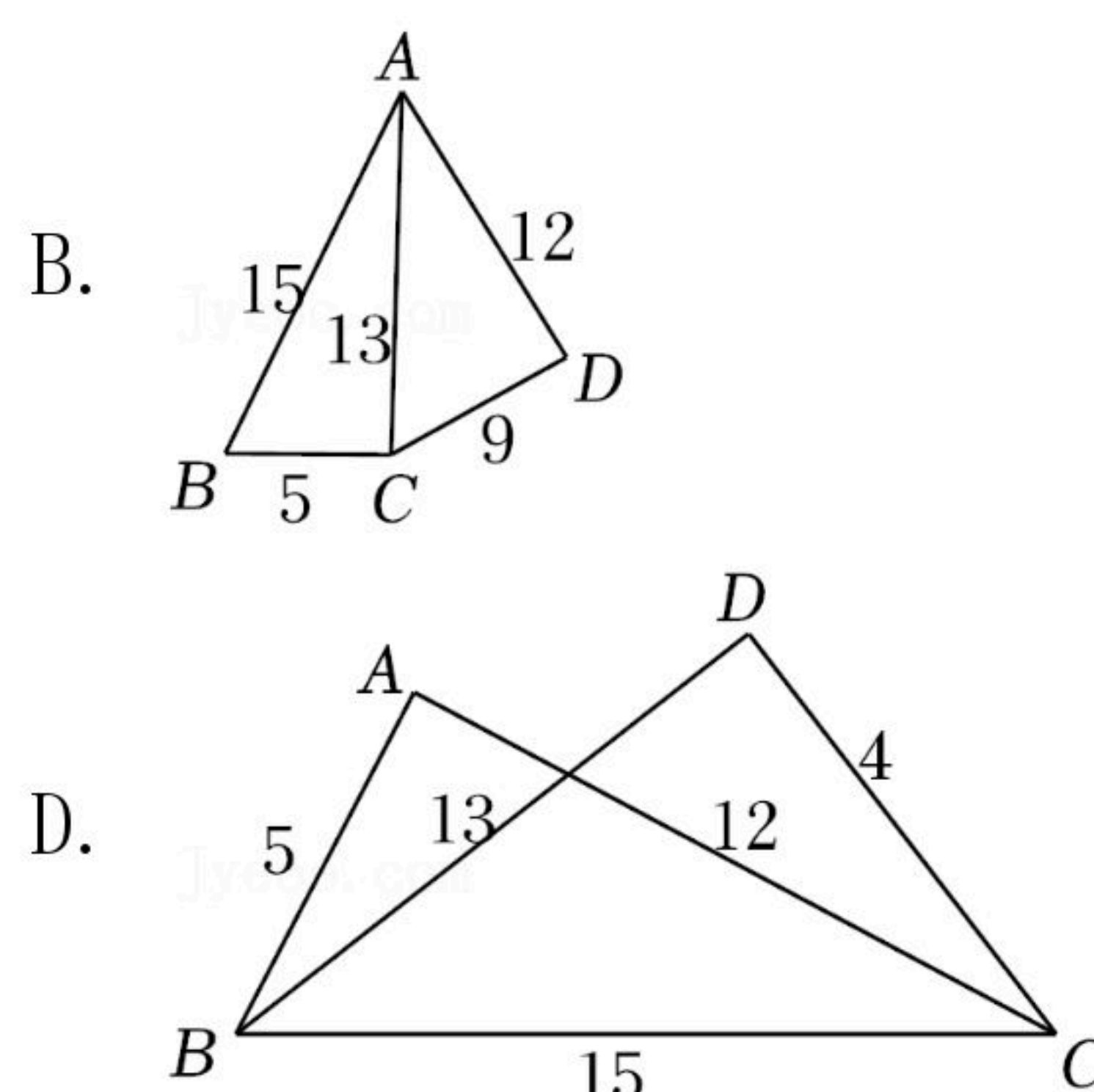
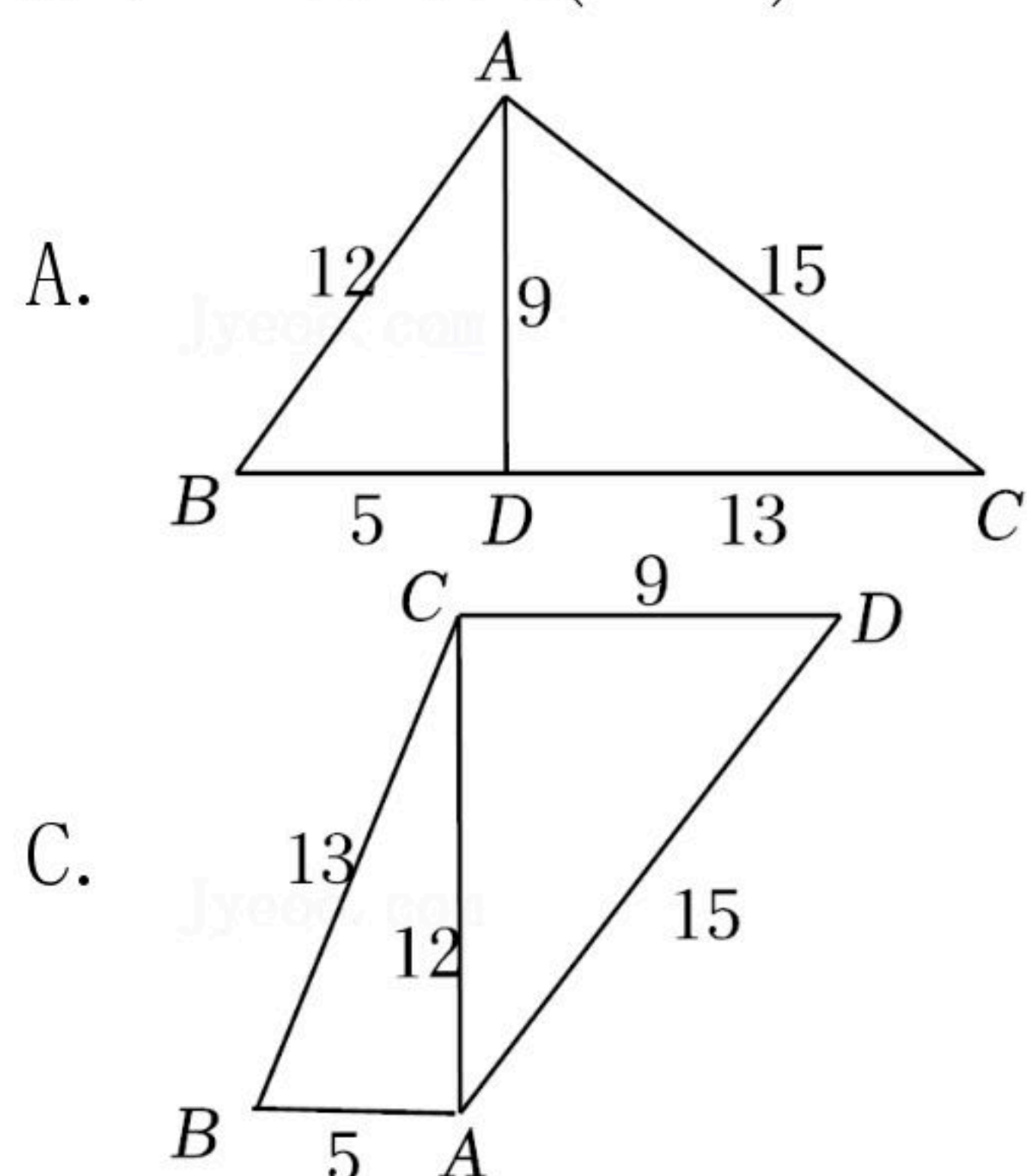
C. 两直线平行，同位角相等

D. 角平分线上的点到角两边的距离相等



扫码查看解析

8. 如图，五根小木棒，其长度分别为5，9，12，13，15，现将它们摆成两个直角三角形，其中正确的是()



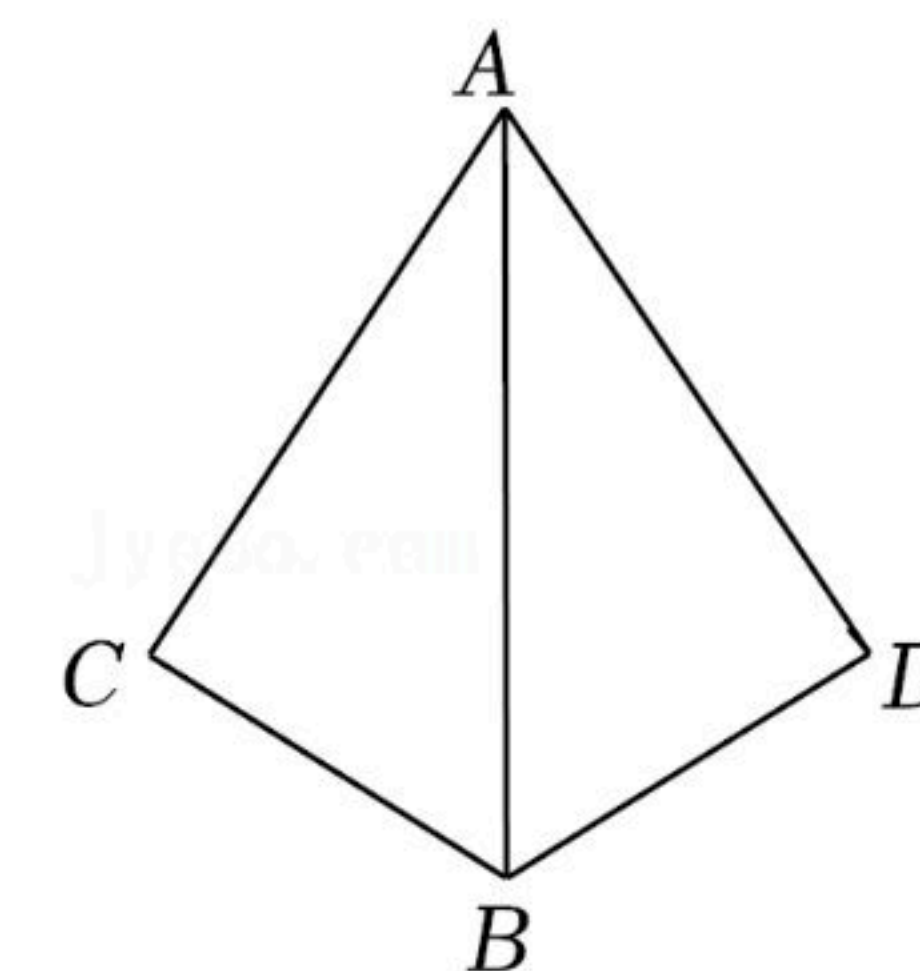
二、填空题 (本题共24分, 每小题3分)

9. 若分式 $\frac{x-1}{2x+1}$ 的值为0, 则x的值等于_____.

10. 16的算术平方根是_____.

11. 如图, $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $AC = AD$, 请写出一个正确的结论

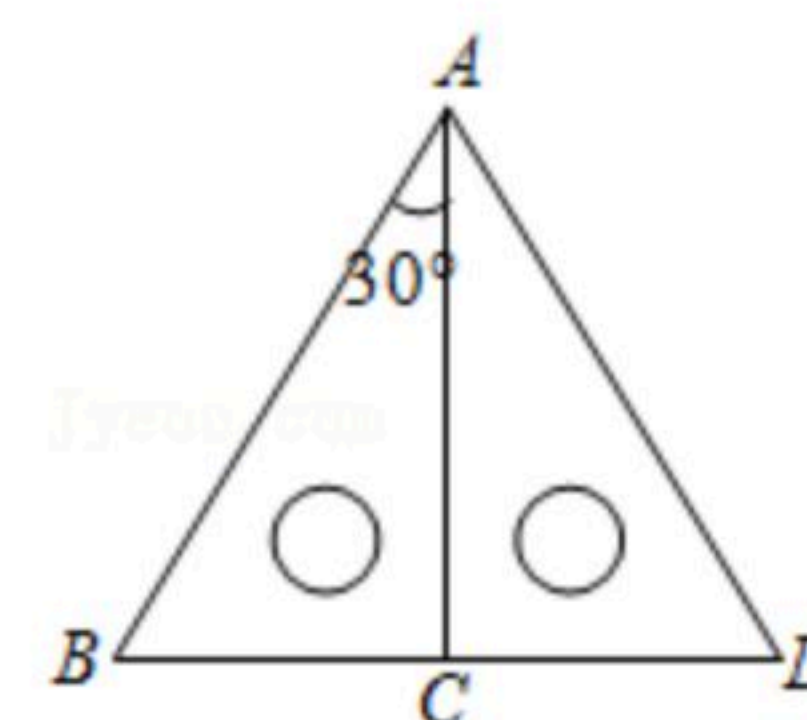
_____.



12. 比较大小: $2\sqrt{2}$ _____ 3 (填“>”、“=”或“<”).

13. 只有1和它本身两个因数且大于1的自然数叫做质数, 我国数学家陈景润在有关质数的“哥德巴赫猜想”的研究中取得了世界领先的成果. 从3, 5, 7, 11, 13, 23这6个质数中随机抽取一个, 则抽到个位数是3的可能性是 _____.

14. 如图, 将两个含 30° 角的全等的三角尺摆放在一起, 可以证得 $\triangle ABD$ 是等边三角形, 于是我们得到: 在直角三角形中, 如果一个锐角等于 30° , 那么它所对的直角边等于斜边的一半. 如果 $BC=2$, 那么点C到AB的距离为_____.



15. 已知a, b是有理数, 且满足 $(ab-2)^2 + \sqrt{b+1} = 0$, 那么a=_____, b=_____.



扫码查看解析

16. 如图, $\angle AOB=90^\circ$, 按以下步骤作图:

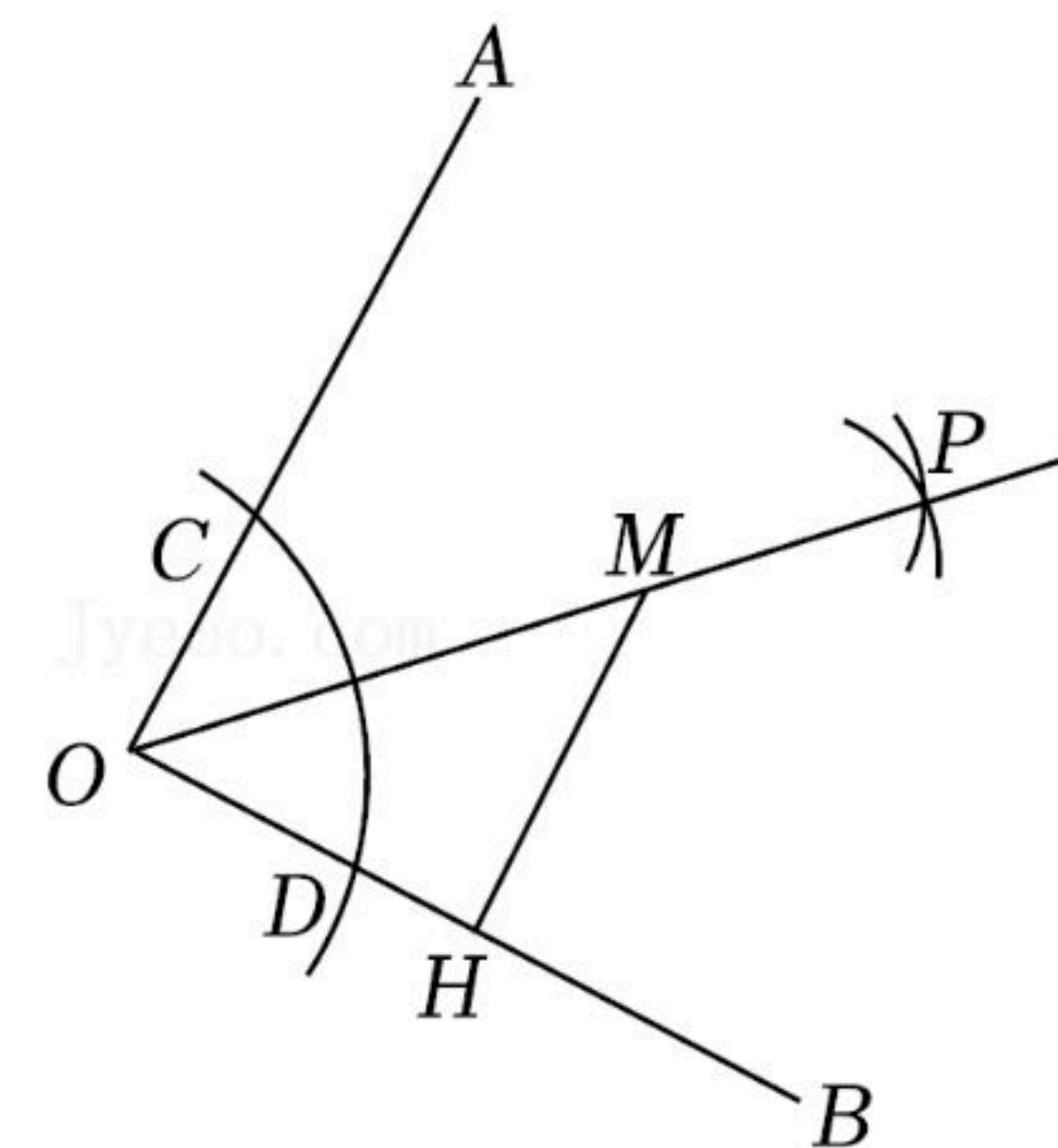
①以 O 为圆心, 任意长为半径作弧, 交 OA 于 C , 交 OB 于 D ;

②分别以 C 、 D 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}CD$ 的同样长为半径作弧, 两弧交于点 P ;

③作射线 OP .

如图, 点 M 在射线 OP 上, 过 M 作 $MH \perp OB$ 于 H , 若 $MH=2$, 则

$OM=$ _____.



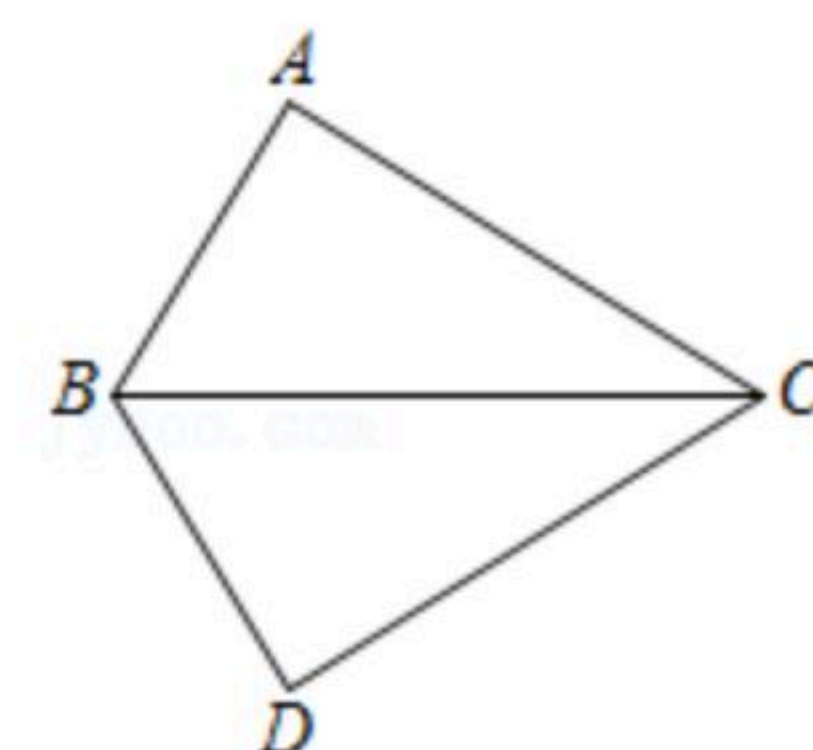
三、解答题 (共60分)

17. 计算: $\sqrt{12} + (3.14 - \pi)^0 - \sqrt[3]{27} + |\sqrt{3} - 2|$

18. 计算: $\sqrt{8} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2} - 1)^2$

19. 计算: $(\frac{1}{a-1} - 1) \div \frac{a^2 - 2a}{a^2 - 2a + 1}$

20. 已知, $\angle A = \angle D$, BC 平分 $\angle ABD$, 求证: $AC = DC$.



21. 解分式方程:

(1) $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x+1}$;

(2) $1 + \frac{6}{x^2 - 9} = \frac{x}{x-3}$.

22. 已知: 如图 $\triangle ABC$

求作: 点 P , 使得点 P 在 AC 上, 且 $PC = PB$.

作法:

①分别以 B , C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BC$ 的同样长为半径作弧, 两弧分别交于 M , N ;



扫码查看解析

②作直线 MN ，与 AC 交于 P 点，与 BC 交于 H 。

(1)利用直尺和圆规依做法补全图形(保留作图痕迹)；

(2)完成下面的证明。

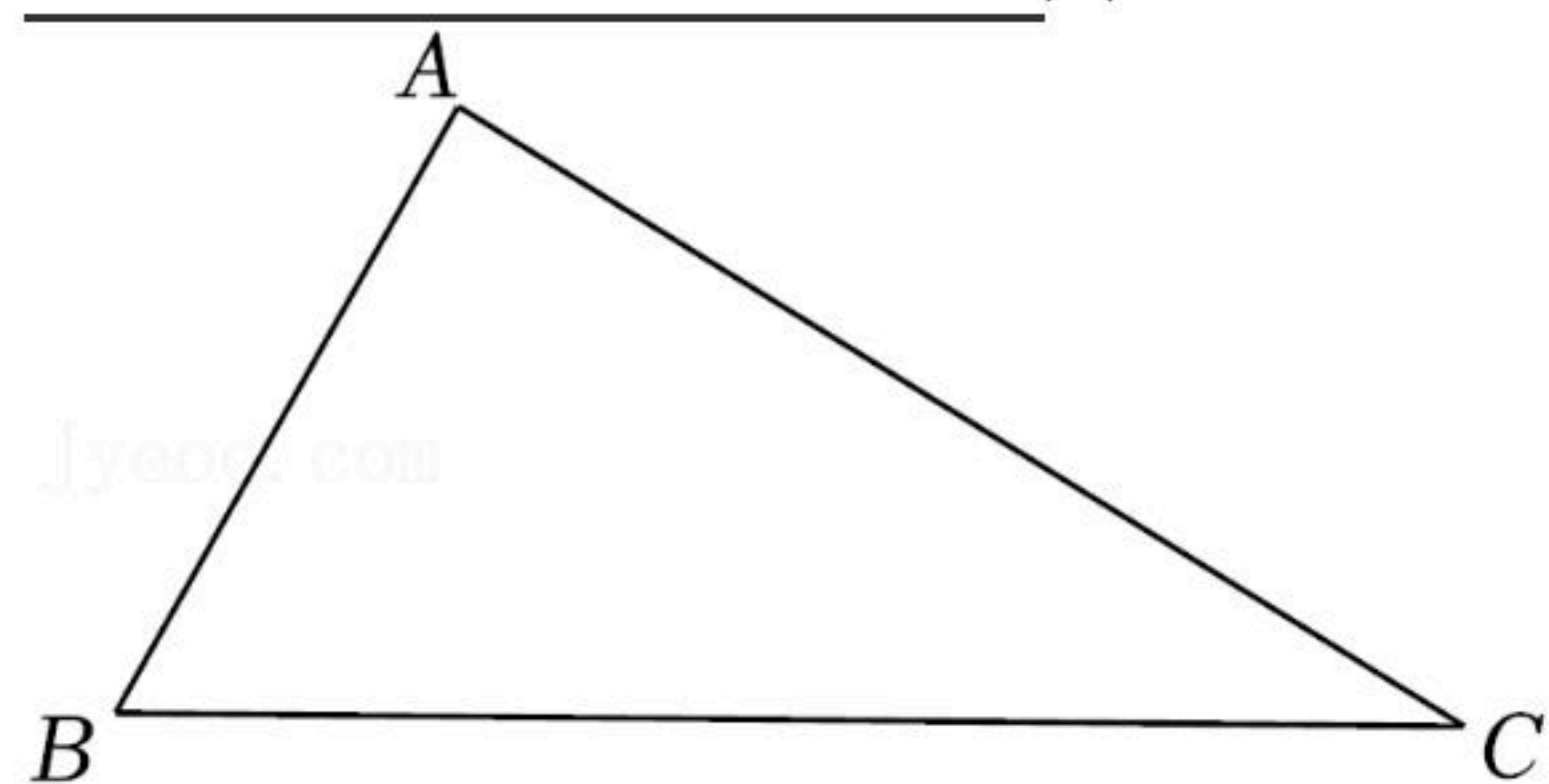
证明： $\because BM=CM, BN=CN,$

$\therefore M、N$ 在线段 BC 的垂直平分线上。()
(填推理的依据)

即 MN 是 BC 的垂直平分线。

\therefore 点 P 在直线 MN 上。

$\therefore PC=PB.$ ()
(填推理的依据)



23. 先化简，再代入求值： $\frac{x^2}{x-2} \cdot (\frac{4}{x} + x - 4)$ ，其中 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 。

24. 在《开学第一课》中，东京奥运会的奥运健儿们向新开学的同学们送上了“希望你们能像运动员一样，努力奔跑，刻苦学习，实现你们的梦想”的祝福。为了提高学生的体育锻炼的意识和能力，丰富学生的体育锻炼的内容，学校准备购买一批体育用品。在购买跳绳时，甲种跳绳比乙种跳绳的单价低10元，用1600元购买甲种跳绳与用2100元购买乙种跳绳的数量相同，求甲乙两种跳绳的单价各是多少元？

25. 已知数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示：



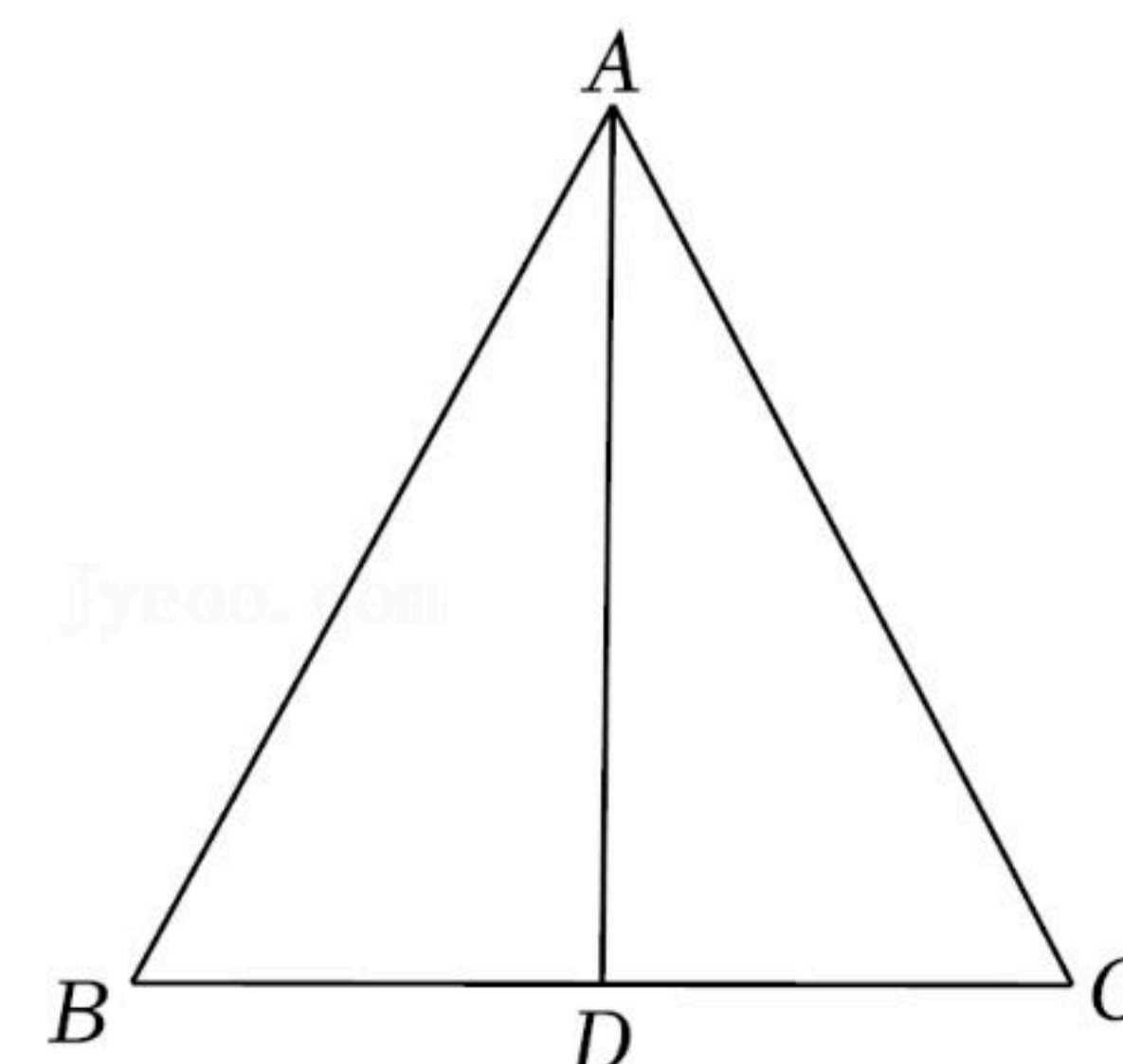
化简： $\sqrt{b^2} - |a-b| + \sqrt{(c-a)^2} - |c|$ 。

26. 针对于等腰三角形三线合一的这条性质，老师带领同学们做了进一步的猜想和证明，提问：如果一个三角形中，一个角的平分线和它所对的边的中线重合，那么这个三角形是等腰三角形。

已知：在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle CAB$ ，交 BC 边于点 D ，且 $CD=BD$ ，

求证： $AB=AC$ 。

以下是甲、乙两位同学的做法。





扫码查看解析

甲：根据角平分线和中线的性质分别能得出一组角等和一组边等，再加一组公共边，可证 $\triangle ACD \cong \triangle ABD$ ，所以这个三角形为等腰三角形；

乙：延长 AD 到 E ，使 $DE=AD$ ，连接 BE ，可证 $\triangle ACD \cong \triangle EBD$ ，依据已知条件可推出 $AB=AC$ ，所以这个三角形为等腰三角形。

(1)对于甲、乙两人的做法，下列判断正确的是_____；

A. 两人都正确 B. 甲正确，乙错误 C. 甲错误，乙正确

(2)选择一种你认为正确的做法，并证明。

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC$ ，点 D 在直线 BC 上(与点 B, C 不重合)，点 D 关于直线 AC 的对称点为点 E ，连接 AD, AE, DE 。

(1)如图1，当点 D 为线段 BC 的中点时，猜想： $\triangle ADE$ 的形状并证明；

(2)当点 D 在线段 BC 的延长线上时，连接 BE, CE, DE 。

①根据题意在图2中补全图形；

②用等式表示线段 BE, CD, BC 的数量关系，并证明。

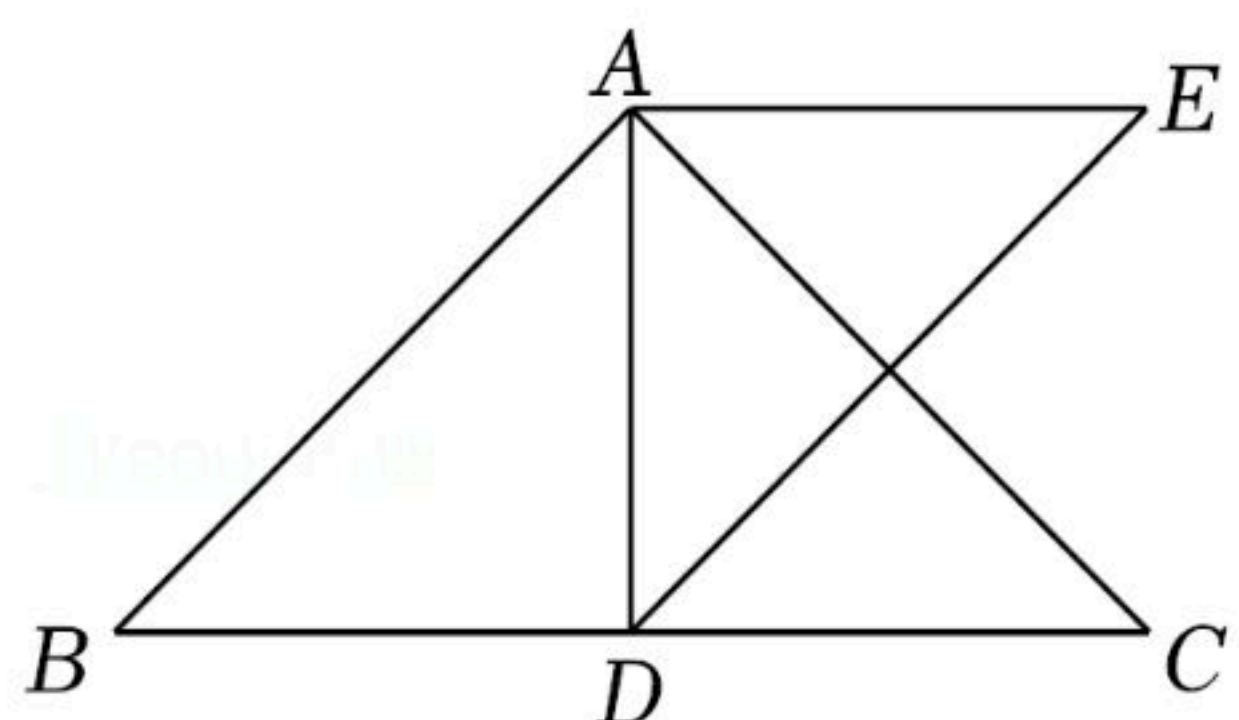


图1

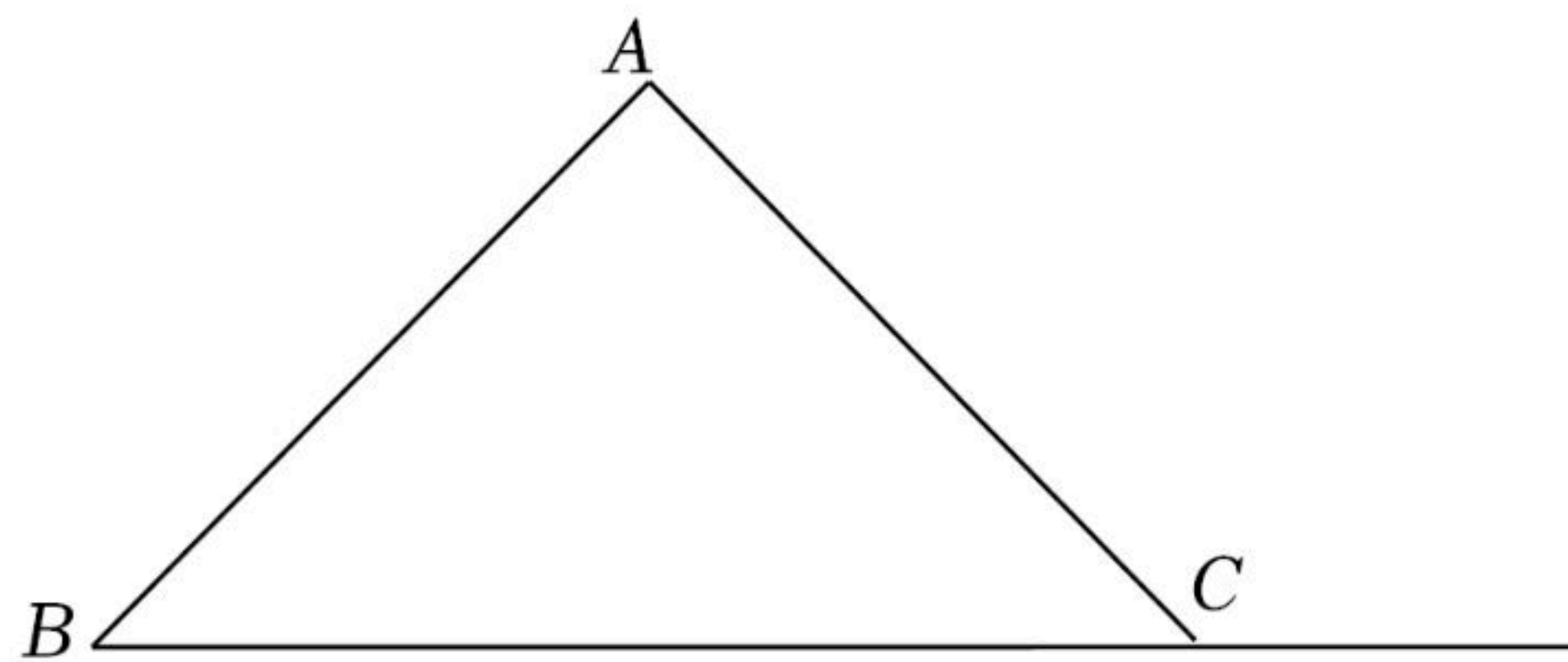


图2

28. 我们已经学过 $(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$ ，如果关于 x 的分式方程满足 $x+\frac{ab}{x}=a+b$ (a, b 分别为非零整数)，且方程的两个根分别为 $x_1=a, x_2=b$ 。

我们称这样的方程为“十字方程”。

例如： $x+\frac{2}{x}=3$ 可化为 $x+\frac{1 \times 2}{x}=1+2=3$ ， $\therefore x_1=1, x_2=2$ 。

再如： $x+\frac{6}{x}=-5$ 可化为 $x+\frac{(-2) \times (-3)}{x}=-2-3=-5$ ， $\therefore x_1=-2, x_2=-3$ 。

应用上面的结论解答下列问题：

(1)“十字方程” $x+\frac{8}{x}=-6$ ，则 $x_1=_____$ ， $x_2=_____$ ；

(2)“十字方程” $x-\frac{2}{x}=-1$ 的两个解分别为 $x_1=a, x_2=b$ ，求 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的值；

(3)关于 x 的“十字方程” $x+\frac{n^2+n}{x-3}=2n+4$ 的两个解分别为 $x_1, x_2(x_1 < x_2)$ ，求 $\frac{x_2}{x_1+1}$ 的值。



扫码查看解析