



扫码查看解析

# 2020-2021学年北京市朝阳区陈经纶中学八年级(下) 期中试卷

## 数 学

注：满分为100分。

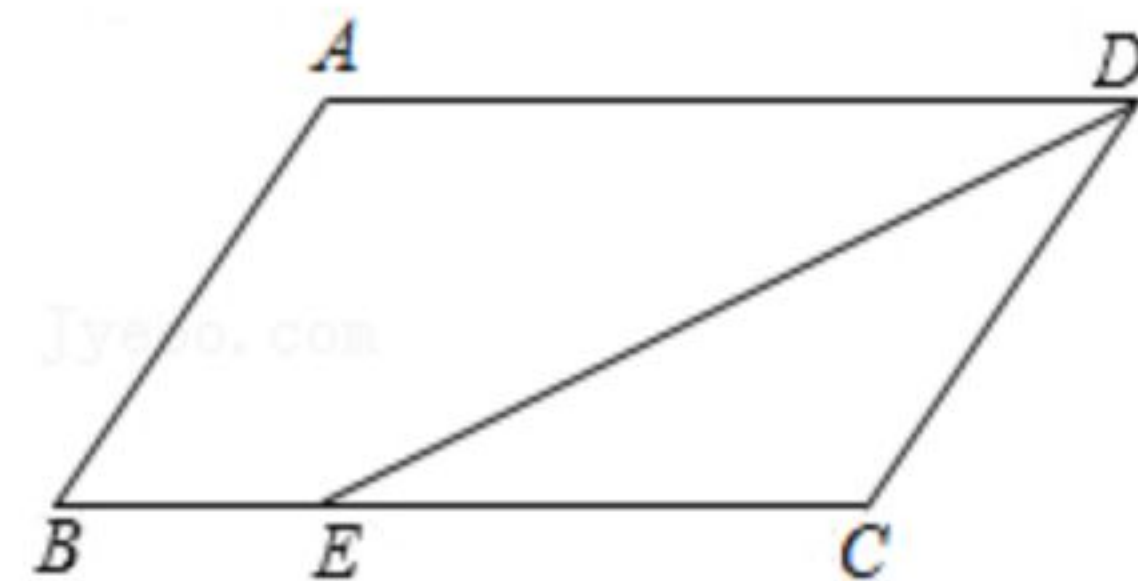
一、选择题：本大题共8个小题，每小题3分，共24分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的。

1. 以下列各组数为边长，不能构成直角三角形的是( )  
A. 5, 12, 13      B. 1, 2,  $\sqrt{5}$       C. 1,  $\sqrt{3}$ , 2      D. 4, 5, 6

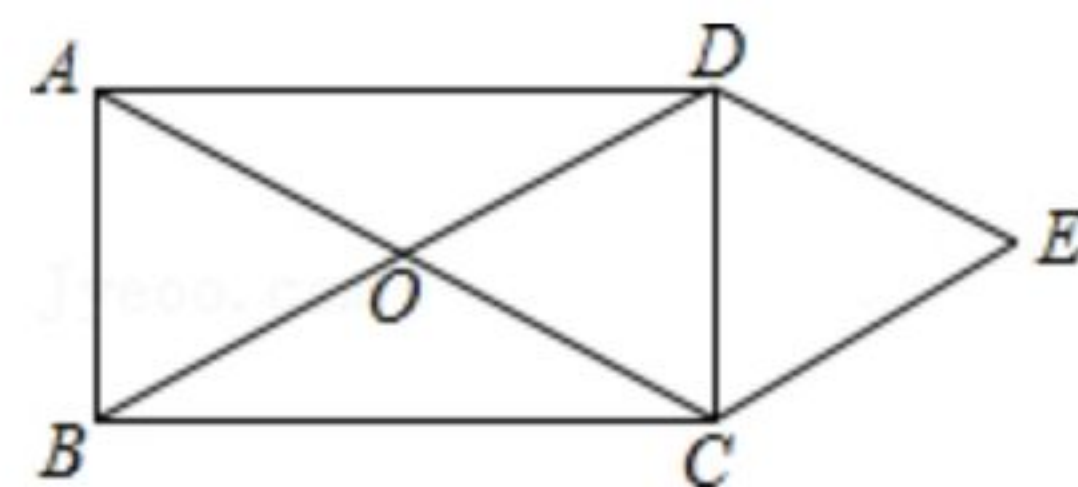
2. 下列根式中属于最简二次根式的是( )  
A.  $\sqrt{8}$       B.  $\sqrt{a^2+1}$       C.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$       D.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

3. 下列各式中，运算正确的是( )  
A.  $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$       B.  $3\sqrt{3}-\sqrt{3}=3$   
C.  $3+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$       D.  $\sqrt{(-2)^2}=-2$

4. 如图，在平行四边形ABCD中，DE平分 $\angle ADC$ 交BC边于点E，已知 $BE=4cm$ ， $AB=6cm$ ，则AD的长度是( )  
A. 4cm      B. 6cm      C. 8cm      D. 10cm

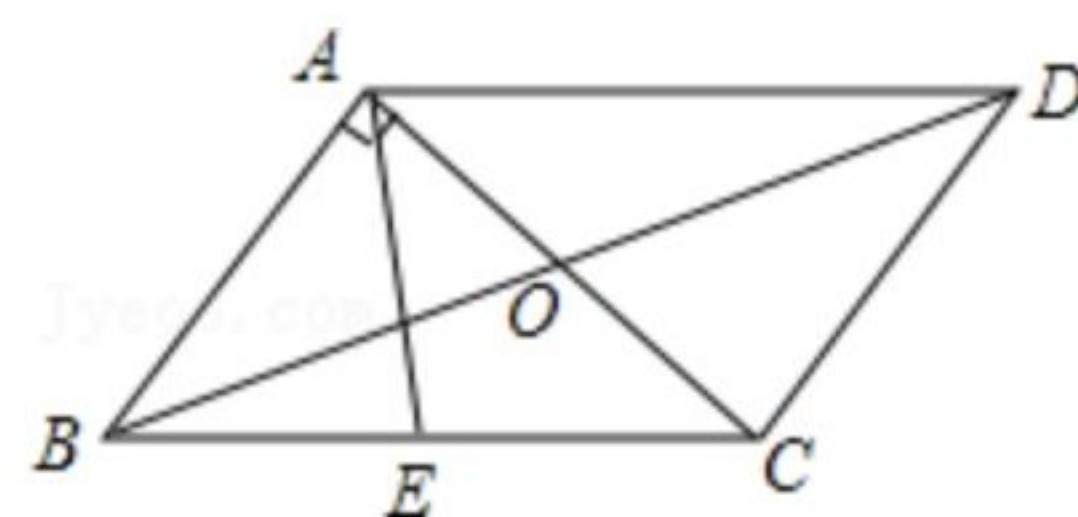


5. 如图，矩形ABCD的对角线AC、BD相交于点O，且 $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ ，若 $AC=2$ ，则四边形OCED的周长为( )  
A. 16      B. 8      C. 4      D. 2



6. 《九章算术》是我国古代的数学名著，书中的“折竹抵地”问题：今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺。问折者高几何？意思是：一根竹子，原高一丈(一丈=10尺)，一阵风将竹子折断，其竹梢恰好抵地，抵地处离竹子底部3尺远，问折断处离地面的高度是多少？设折断后离地面的高度为 $x$ 尺，则可列方程为( )  
A.  $x^2-3=(10-x)^2$       B.  $x^2-3^2=(10-x)^2$   
C.  $x^2+3=(10-x)^2$       D.  $x^2+3^2=(10-x)^2$

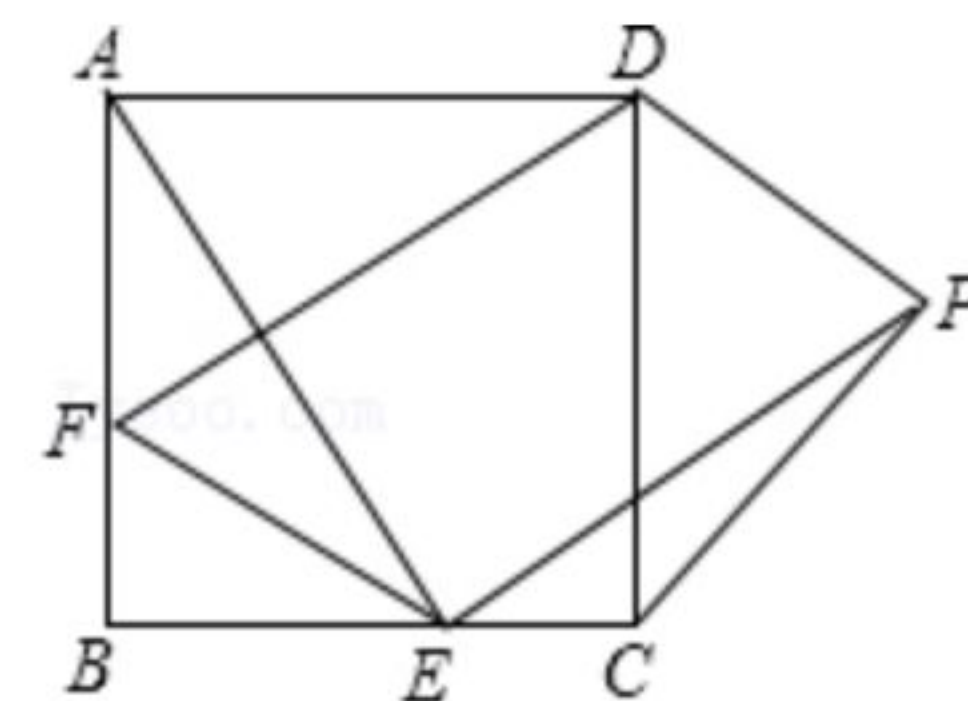
7. 如图，平行四边形ABCD的周长是22cm，对角线AC与BD交于点O， $AC \perp AB$ ，E是BC中点， $\triangle AOD$ 的周长比 $\triangle AOB$ 的周长多3cm，则AE的长度为( )  
A. 3cm      B. 3.5cm      C. 4cm      D. 4.5cm





扫码查看解析

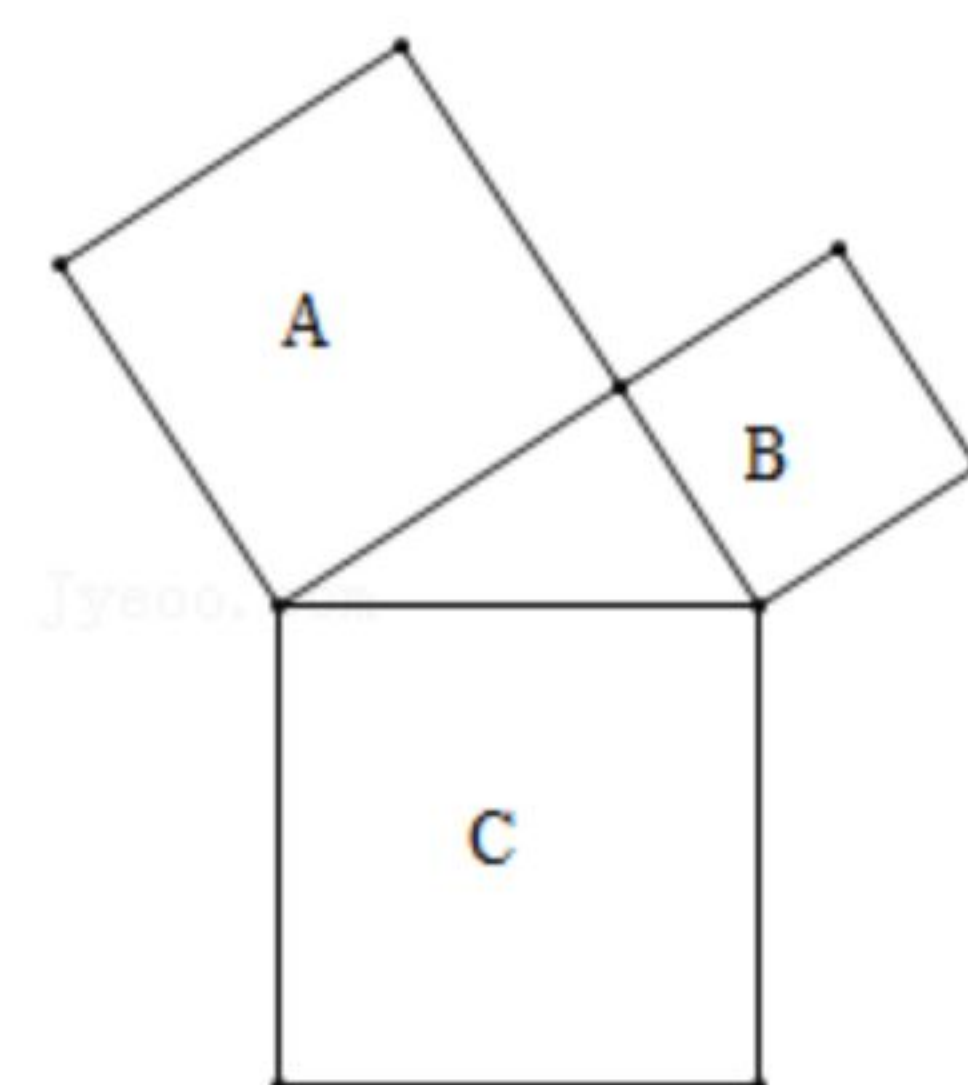
8. 如图，在给定的正方形 $ABCD$ 中，点 $E$ 从点 $B$ 出发，沿边 $BC$ 方向向终点 $C$ 运动， $DF \perp AE$ 交 $AB$ 于点 $F$ ，以 $FD$ 、 $FE$ 为邻边构造平行四边形 $DFEP$ ，连接 $CP$ ，则 $\angle DFE + \angle EPC$ 的度数的变化情况是( )
- A. 一直减小 B. 一直减小后增大 C. 一直不变  
D. 先增大后减小



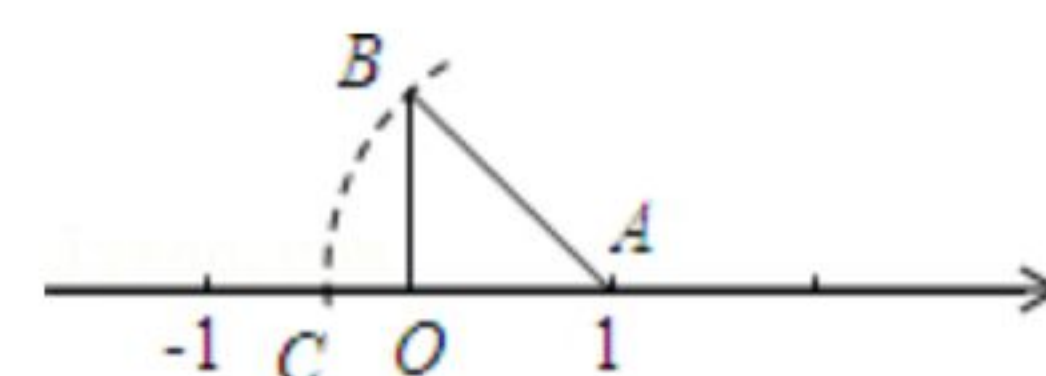
## 二、填空题：本大题共8个小题，每小题3分，共24分.

9. 若二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

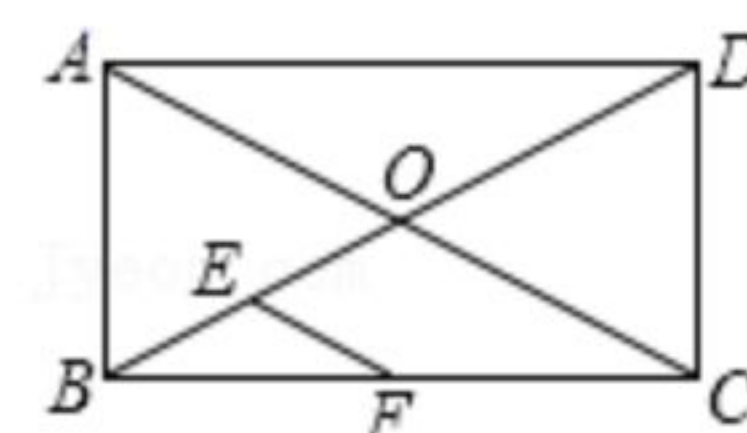
10. 如图，图中所有的四边形都是正方形，图中的三角形是直角三角形，已知正方形 $A$ 、 $B$ 的面积分别是9和4，则最大正方形 $C$ 的面积是\_\_\_\_\_.



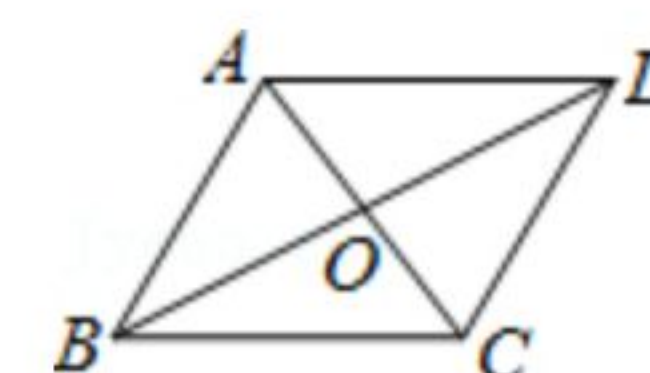
11. 如图，数轴上的点 $A$ 表示的数是1， $OB \perp OA$ ，垂足为 $O$ ，且 $BO=1$ ，以点 $A$ 为圆心， $AB$ 为半径画弧交数轴于点 $C$ ，则 $C$ 点表示的数为\_\_\_\_\_.



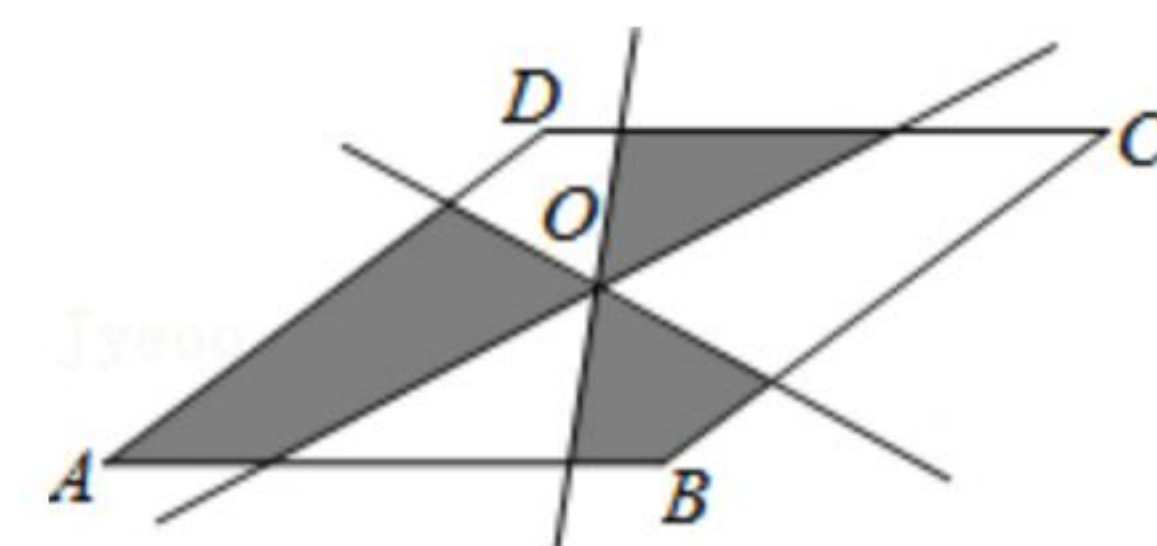
12. 如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$ 、 $BD$ 相交于点 $O$ ，点 $E$ 、 $F$ 分别是 $BO$ 、 $BC$ 的中点，若 $AB=5$ ， $BC=12$ ，则 $EF=$ \_\_\_\_\_；



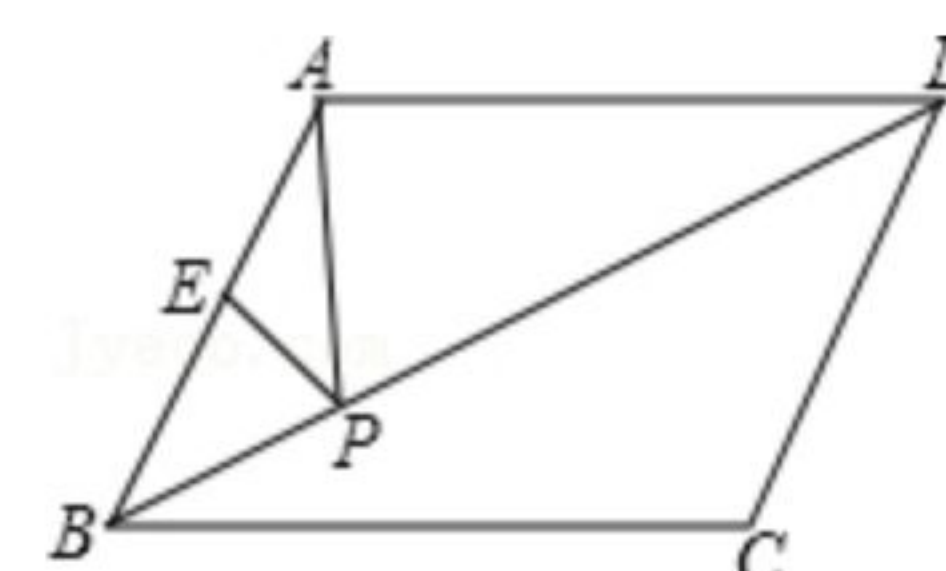
13. 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， $AC$ 与 $BD$ 相交于点 $O$ ，添加一个条件：\_\_\_\_\_，可使它成为正方形.



14. 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形，点 $O$ 是两条对角线的交点，过点 $O$ 的三条直线将菱形分成阴影和空白部分，当菱形的两条对角线长分别为12和16时，则阴影部分面积为\_\_\_\_\_.



15. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC=60^\circ$ ， $E$ 为 $AB$ 边的中点， $P$ 为对角线 $BD$ 上任意一点， $AB=4$ ，则 $PE+PA$ 的最小值为\_\_\_\_\_.



16. 定义：对于线段 $MN$ 和点 $P$ ，当 $PM=PN$ ，且 $\angle MPN \leq 120^\circ$ 时，称点 $P$ 为线段 $MN$ 的“等距点”. 特别地，当 $PM=PN$ ，且 $\angle MPN=120^\circ$ 时，称点 $P$ 为线段 $MN$ 的“强等距点”. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $A$ 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 0)$ .
- (1)若点 $B$ 是线段 $OA$ 的“强等距点”，且在第一象限，则点 $B$ 的坐标为(\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_);



扫码查看解析

(2)若点 $C$ 是线段 $OA$ 的“等距点”，则点 $C$ 的纵坐标 $t$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共10个小题，共52分. 17-25题每题5分，26题7分.

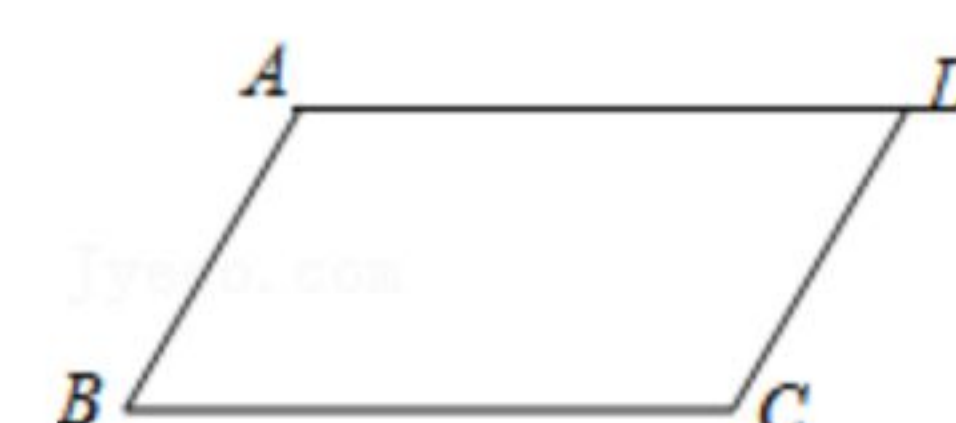
17. 计算： $(\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{3}) - (\sqrt{2} - \sqrt{12})$ .

18. 已知 $x = \sqrt{5} + 1$ ，求 $x^2 - 2x$ 的值.

19. 下面是小明设计的“作平行四边形 $ABCD$ 的边 $AB$ 的中点”的尺规作图过程.

已知：平行四边形 $ABCD$ .

求作：点 $M$ ，使点 $M$ 为边 $AB$ 的中点.



作法：如图，

①作射线 $DA$ ；

②以点 $A$ 为圆心， $BC$ 长为半径画弧，交 $DA$ 的延长线于点 $E$ ；

③连接 $EC$ 交 $AB$ 于点 $M$ . 所以点 $M$ 就是所求作的点.

根据小明设计的尺规作图过程，

(1)使用直尺和圆规，补全图形(保留作图痕迹)；

(2)完成下面的证明.

证明：连接 $AC$ 、 $EB$ .

$\because$  四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AE \parallel BC$ .

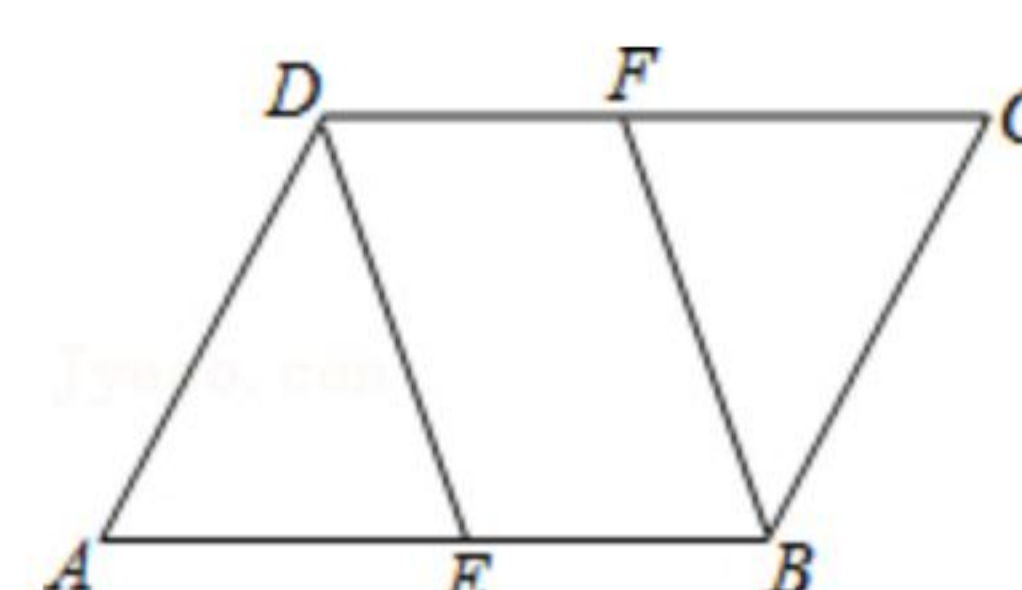
$\because AE =$  \_\_\_\_\_,

$\therefore$  四边形 $EBCA$ 是平行四边形(\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_) (填推理的依据).

$\therefore AM = MB$  (\_\_\_\_\_) (填推理的依据).

$\therefore$  点 $M$ 为所求作的边 $AB$ 的中点.

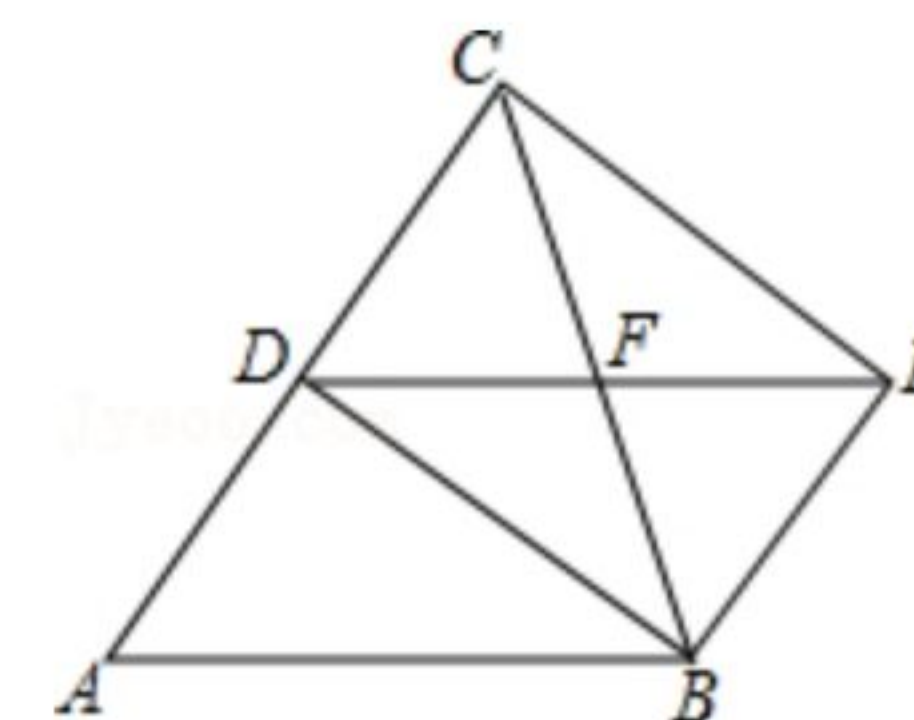
20. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $E$ 、 $F$ 是 $AB$ 、 $CD$ 边上的点， $AE = CF$ ，求证： $DE = BF$ .





扫码查看解析

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BD$ 是 $AC$ 的垂直平分线．过点 $D$ 作 $AB$ 的平行线交 $BC$ 于点 $F$ ，过点 $B$ 作 $AC$ 的平行线，两平行线相交于点 $E$ ，连接 $CE$ ．求证：四边形 $BECD$ 是矩形．



22. 如图，正方形网格中的每个小正方形边长都是1，每个小格的顶点叫做格点，以格点为顶点分别按下列要求画三角形．

- (1)在图1中，画一个三角形，使它的三边长都是有理数；
- (2)在图2中，画一个三角形，使它的三边长分别为 $3$ ， $2\sqrt{2}$ ， $\sqrt{5}$ ；
- (3)在图3中，画一个三角形，使它的面积为5．

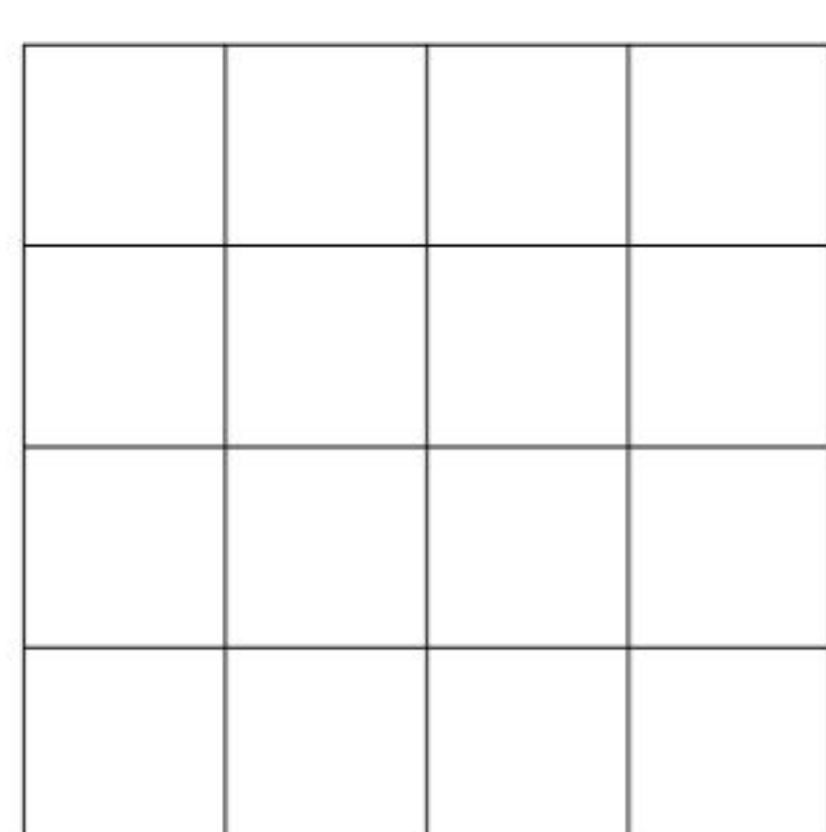


图1

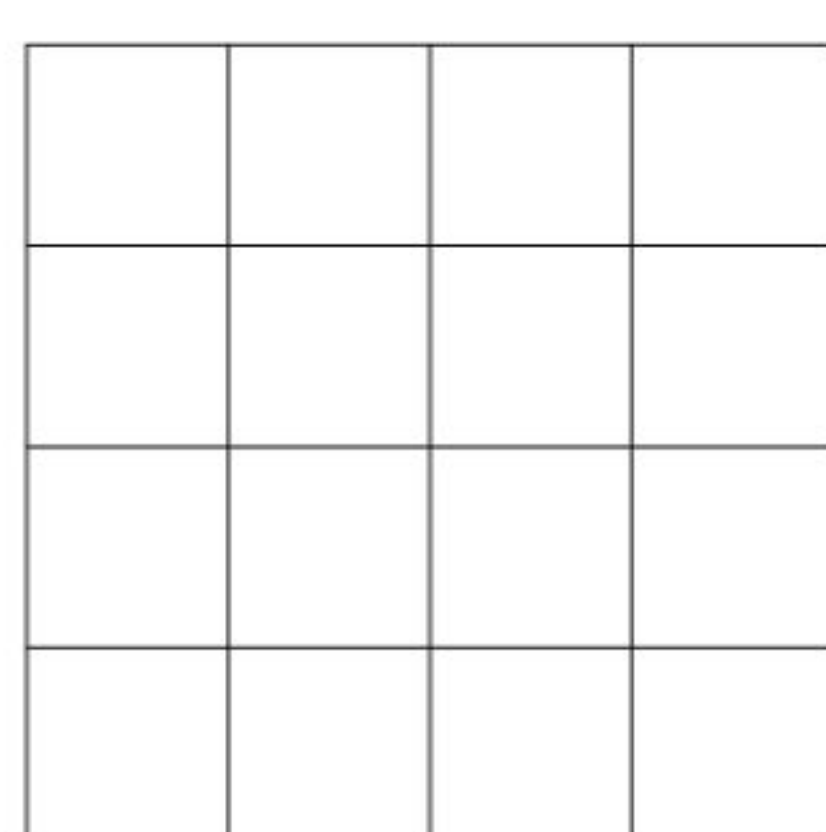


图2

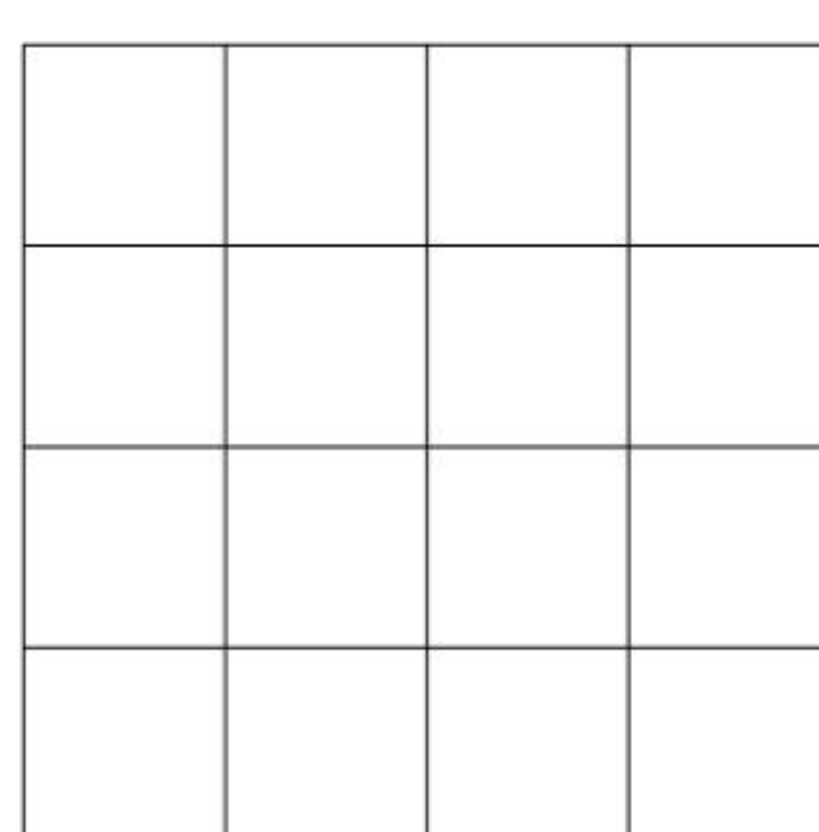
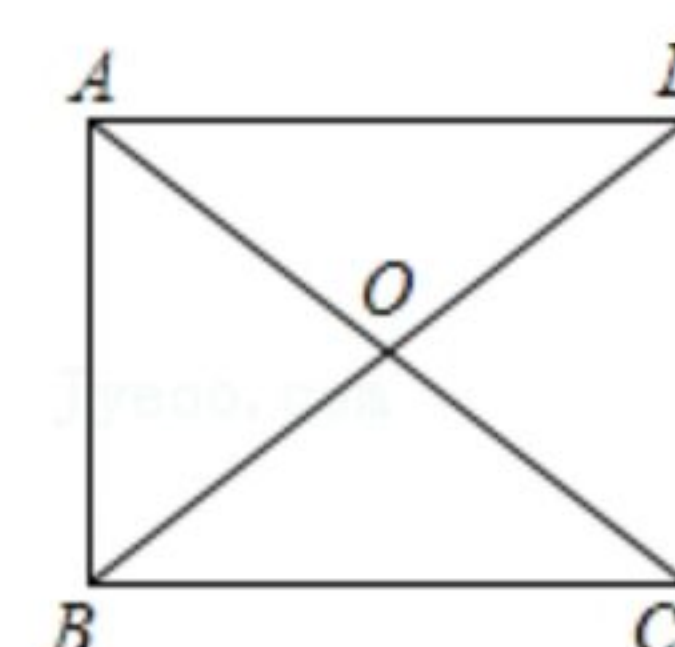


图3

23. 已知：如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$ 、 $BD$ 相交于点 $O$ ，过 $B$ 、 $C$ 两点分别作 $AC$ 、 $BD$ 的平行线，两直线相交于点 $F$ ．
- (1)补全图形，并证明四边形 $BFCO$ 是菱形；
  - (2)若 $AB=3$ ， $BC=4$ ，求四边形 $BFCO$ 的周长．



24. 阅读下面材料：

学习了《平行四边形》单元知识后，小东根据学习平行四边形的经验，对矩形的判定问题进行了再次探究．

以下是小东的探究过程，请你补充完整：

- (1)在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$ 与 $BD$ 相交于点 $O$ ．补充下列条件中能判断平行四边形 $ABCD$ 是矩形的是\_\_\_\_\_ (请将所有正确答案前的字母填写在横线上)

A.  $AC \perp BD$  B.  $AC=BD$  C.  $AD=DC$  D.  $\angle DAB=\angle ABC$

- (2)小东进一步探究发现：

在通过对“边、角、对角线”研究矩形的判定中，小东提出了一个猜想：“一组对边相等，一组对角均为直角的四边形为矩形．”请你画出图形，判断小东的猜想是否是证明题．如果是真命题，请写出证明过程，如果不是，请说明理由．

25. 数学教育家波利亚曾说：“对一个数学问题，改变它的形式，变换它的结构，直到发现有价值的东西，这是数学解题的一个重要原则”．



扫码查看解析

材料一：平方运算和开方运算是互逆运算．如 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ，那么 $\sqrt{a^2 \pm 2ab + b^2} = |a \pm b|$ ．如何将双重二次根式 $\sqrt{5 \pm 2\sqrt{6}}$ 化简？我们可以把 $5 \pm 2\sqrt{6}$ 转化为 $(\sqrt{3})^2 \pm 2\sqrt{6} + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{3} \pm \sqrt{2})^2$ 完全平方的形式，因此双重二次根式 $\sqrt{5 \pm 2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3} \pm \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} \pm \sqrt{2}$ 得以化简．

材料二：在直角坐标系 $xOy$ 中，对于点 $P(x, y)$ 和 $Q(x, y')$ 给出如下定义：若 $y' = \begin{cases} y(x \geq 0) \\ -y(x < 0) \end{cases}$

，则称点 $Q$ 为点 $P$ 的“横负纵变点”．例如：点 $(3, 2)$ 的“横负纵变点”为 $(3, 2)$ ，点 $(-2, 5)$ 的“横负纵变点”为 $(-2, -5)$ ．

请选择合适的材料解决下面的问题：

(1)点 $(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$ 的“横负纵变点”为\_\_\_\_\_，

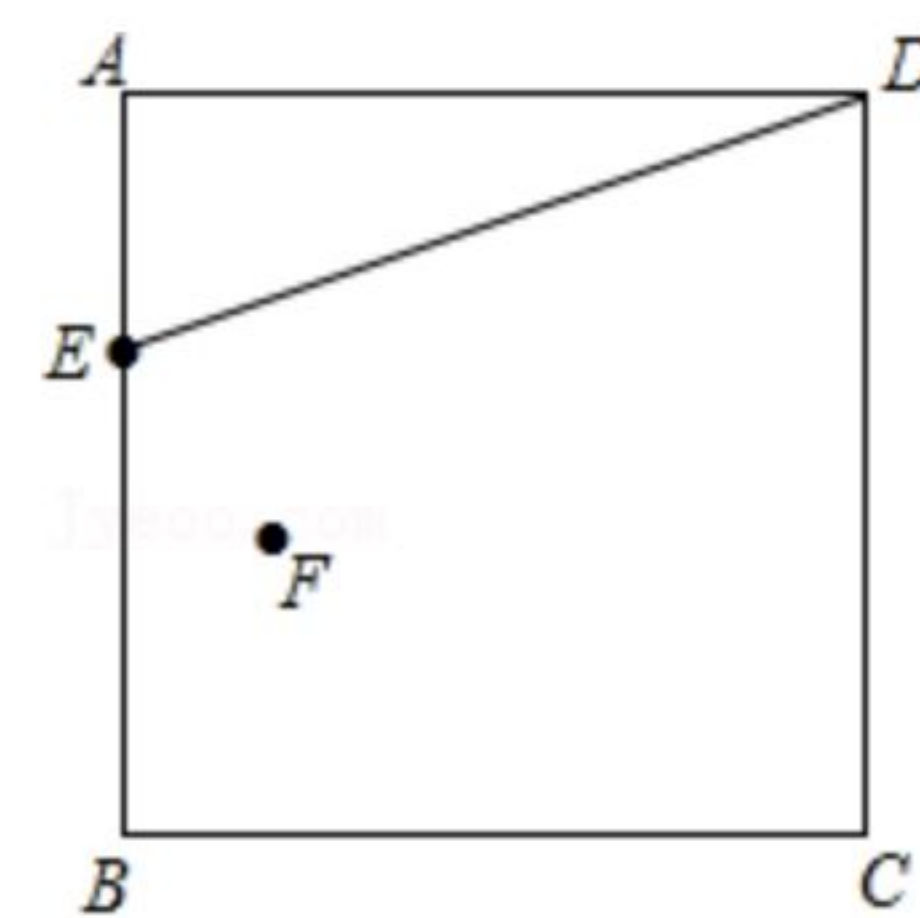
点 $(-3\sqrt{3}, -2)$ 的“横负纵变点”为\_\_\_\_\_；

(2)化简： $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$ ；

(3)已知 $a$ 为常数( $1 \leq a \leq 2$ )，点 $M(-\sqrt{2}, m)$ 且 $m = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}})$ ，点 $M'$

是点 $M$ 的“横负纵变点”，则点 $M'$ 的坐标是\_\_\_\_\_．

26. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 $E$ 是边 $AB$ 上的一动点(不与点 $A$ 、 $B$ 重合)，连接 $DE$ ，点 $A$ 关于直线 $DE$ 的对称点为 $F$ ，连接 $EF$ 并延长交 $BC$ 边于点 $G$ ，连接 $DF$ 、 $DG$ ．



(1)依题意补全图形，并证明 $\angle FDG = \angle CDG$ ；

(2)过点 $E$ 作 $EM \perp DE$ 于点 $E$ ，交 $DG$ 的延长线于点 $M$ ，连接 $BM$ ．

①直接写出图中和 $DE$ 相等的线段；

②用等式表示线段 $AE$ 、 $BM$ 的数量关系，并证明．



扫码查看解析



扫码查看解析