



扫码查看解析

2021-2022学年河南省南阳市宛城区八年级（上）期中 试卷

数 学

注：满分为120分。

一、选择题（每小题3分，共30分）下列各小题均有四个选项，其中只有一个是正确的

1. 下列四个选项中的数，不是分数的是()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. 80% C. $2\frac{1}{3}$ D. $\frac{22}{7}$

2. 对于① $x-3xy=x(1-3y)$ ，② $(x+3)(x-1)=x^2+2x-3$ ，从左到右的变形，表述正确的是()

- A. 都是因式分解
B. 都是乘法运算
C. ①是因式分解，②是乘法运算
D. ①是乘法运算，②是因式分解

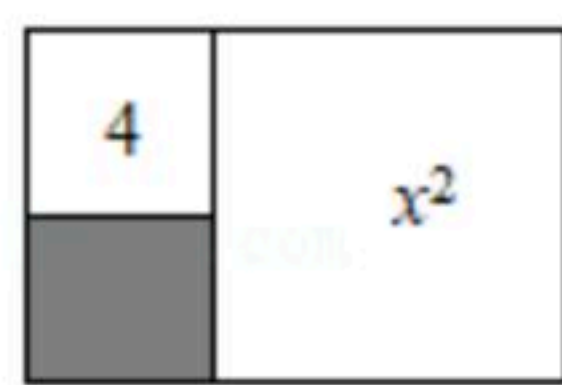
3. 下列各数中，化简结果为-2021的是()

- A. $-(-2021)$ B. $\sqrt{(2021)^2}$ C. $|-2021|$ D. $\sqrt[3]{-2021^3}$

4. 若 $\square \times 2xy = 16x^3y^2$ ，则 \square 内应填的单项式是()

- A. $4x^2y$ B. $8x^3y^2$ C. $4x^2y^2$ D. $8x^2y$

5. 如图，矩形内有两个相邻的正方形，面积分别是 $x^2(x>0)$ 和4，那么阴影部分的面积为()



- A. $2x+4$ B. $2x-4$ C. x^2-4 D. $2x-2$

6. 复习课上，老师给出一个问题“已知等腰三角形的一边等于5，另一边等于6，求它的周长。”小华代表小组发言：“等腰三角形的边有两种，腰和底边，所以第一种情况5是腰长，6是底边长；第二种情况5是底边长、6是腰长，从而得最终结果为16或17。”小华的上述方法体现的数学思想是()

- A. 公理化 B. 分类讨论 C. 数形结合 D. 由特殊到一般

7. 正方形面积为8，其边长是 x ，以下关于 x 的结论中，错误的是()

- A. x 是无理数
B. 8的平方根是 x
C. $2 < x < 3$



扫码查看解析

D. 能够在数轴上找到表示实数 x 的点

8. 下面是投影屏上出示的抢答题，需要回答横线上符号代表的内容。

如图，已知 $AB=AD$ ， $CB=CD$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $\angle BAD=50^\circ$ ，求 $\angle BCD$ 的度数。

解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中，

$$\begin{cases} AB=AD(\text{已知}) \\ CB=CD(\text{已知}), \\ AC=AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (@).

$\therefore \angle BCA = \angle DCA$ ， $\angle BAC = (\odot) = 25^\circ$.

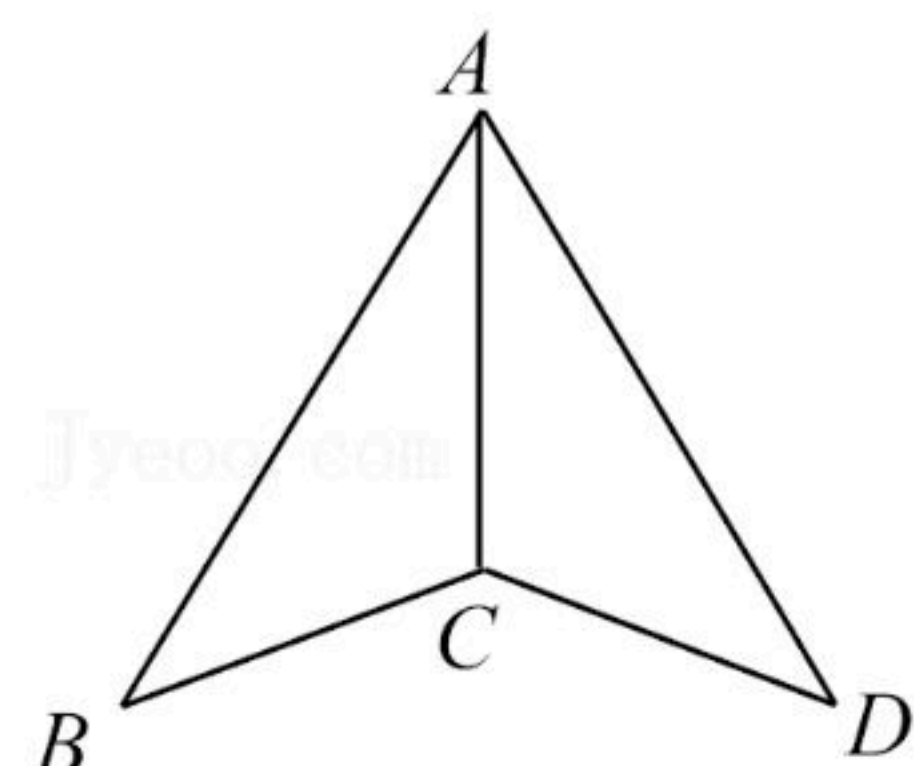
(全等三角形的■相等)

$\therefore \angle B = 30^\circ$ ， $\angle BAC = 25^\circ$ ，

$\therefore \angle BCA = 180^\circ - \angle B - \angle BAC = 125^\circ$.

$\therefore \angle BCD = 360^\circ - 2\angle BCA = (\otimes)$.

下面的作答正确的是()



A. @代表ASA B. \odot 代表 $\angle DCA$ C. ■代表对应边 D. \otimes 代表 110°

9. 对于实数 a 、 b ，定义一种运算： $a*b=(a-b)^2$ 。给出三个推断：① $a*b=b*a$ ；

② $(a*b)^2=a^2*b^2$ ；③ $(-a)*b=a*(-b)$ ；其中正确的推断个数是()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

10. 将从1开始的一组数按如下的规律排列：规定位于第 m 行第 n 列的数记为 (m, n) ，例如 $\sqrt{15}$ 记为 $(4, 2)$ ，按此规律， $\sqrt{2021}$ 记为()

行列	第1列	第2列	第3列	第4列
第1行	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2
第2行	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$
第3行	3	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	$2\sqrt{3}$
第4行	4	$\sqrt{15}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{13}$
...

A. $(506, 1)$ B. $(506, 4)$ C. $(505, 4)$ D. $(505, 1)$

二、填空题（每小题3分，共15分）

11. 中国清代学者华衡芳与英国人傅兰雅合译的《代数学》卷首有“代数之法，无论何数，皆可以任何记号代之”，则2的算术平方根用符号表示为_____。

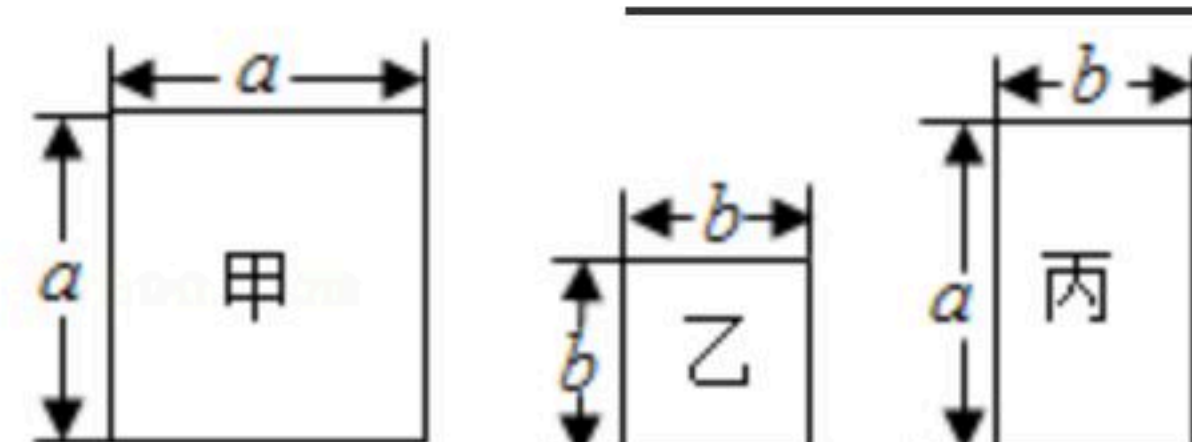


扫码查看解析

12. 现有甲、乙、丙三种不同的矩形纸片(边长如图).

(1)取甲、乙纸片各1块, 其面积和为 _____ ;

(2)嘉嘉要用这三种纸片紧密拼接成一个大正方形, 先取甲纸片1块, 再取乙纸片4块, 还需取丙纸片 _____ 块.



13. 已知 $43^2=1849$, $44^2=1936$, $45^2=2025$, $46^2=2116$. 若 $n < \sqrt{2021} < n+1$, 则整数 n 的值为 _____ .

14. 贾宪三角也叫杨辉三角, 在欧洲也称为帕斯卡三角形, 是中国古代数学的杰出研究成果之一, 是一种离散型的数形结合. 如图, 是杨辉三角的一部分, 它反映了二项式乘方展开式的系数规律, 则图中第五行中的所有数字之和为 _____ .



15. 过等腰三角形顶角顶点的一条直线, 将该等腰三角形分成的两个三角形均为等腰三角形, 则原等腰三角形的底角度数为 _____ .

三、解答题 (共75分)

16. 化简: $(1-2m)(2m+1)-(3+4m)(6-m)$.

17. 计算或解方程:

(1) $(-1.25)^{2021} \times (-\frac{4}{5})^{2020}$;

(2) $\frac{1}{9}(x+3)^3=24$.

18. 阅读下列材料

分解因式: $4x-16x^3$

小云的做法:

原式= $16x^3-4x$ ①

= $4x(4x^2-1)$ ②

= $4x(2x-1)(2x+1)$ ③



扫码查看解析

小朵的做法:

$$\text{原式} = 4x(1-4x^2) \text{①}$$

$$= 4x(1-4x)(1+4x) \text{②}$$

小天的做法:

$$\text{原式} = x(4-16x^2) \text{①}$$

$$= x[2^2-(4x)^2] \text{②}$$

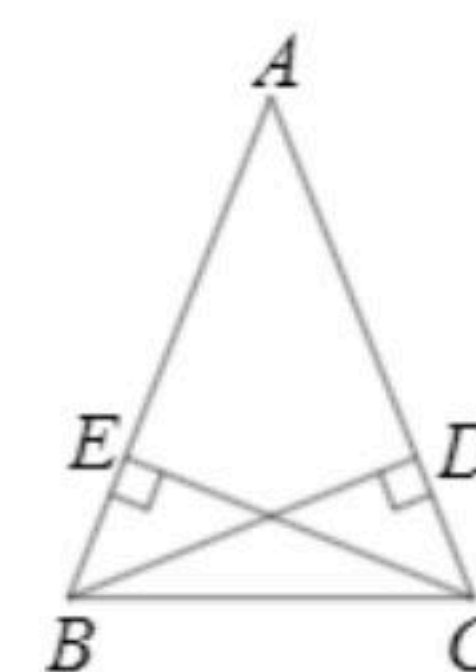
$$= x(2-4x)(2+4x) \text{③}$$

请根据上述材料回答下列问题:

- (1) 小云的解题过程从 _____ 步出现错误的, 错误的原因是: _____ . 小朵的解题过程从 _____ 步出现错误的, 错误的原因是: _____ . 小天的解题过程从 _____ 步出现错误的, 错误的原因是: _____ .
- (2) 若都不正确, 请你写出正确的解题过程.

19. 先化简, 再求值: $(2x+y)^2 + (x-y)(x+y) - 5x(x-y)$, 其中 $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$.

20. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BD \perp AC$, 垂足为 D , $CE \perp AB$, 垂足为 E . 求证: $BD = CE$.



21. 先阅读理解下面的例题, 再按要求解答下列问题:

例题: 说明代数式 $m^2 + 2m + 4$ 的值一定是正数. 解: $m^2 + 2m + 4 = m^2 + 2m + 1 + 3 = (m+1)^2 + 3$,
 $\because (m+1)^2 \geq 0, \therefore (m+1)^2 + 3 \geq 3, \therefore m^2 + 2m + 4$ 的值一定是正数.

- (1) 任务一: 说明代数式 $-a^2 + 6a - 12$ 的值一定是负数.
- (2) 任务二: 设正方形的面积为 $S_1 \text{ cm}^2$, 长方形的面积为 $S_2 \text{ cm}^2$, 正方形的边长为 $a \text{ cm}$, 如果长方形的一边长比正方形的边长少 3 cm , 另一边长为 4 cm , 请你比较 S_1 与 S_2 的大小关系, 并说明理由.

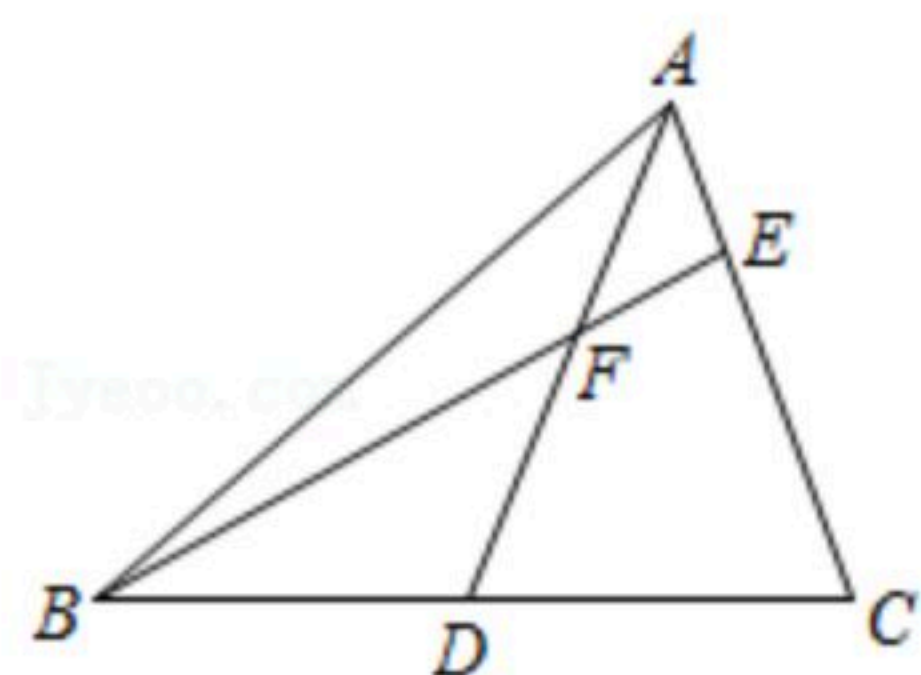
22. 阅读下面材料:



扫码查看解析

数学课上，老师给出了如下问题：

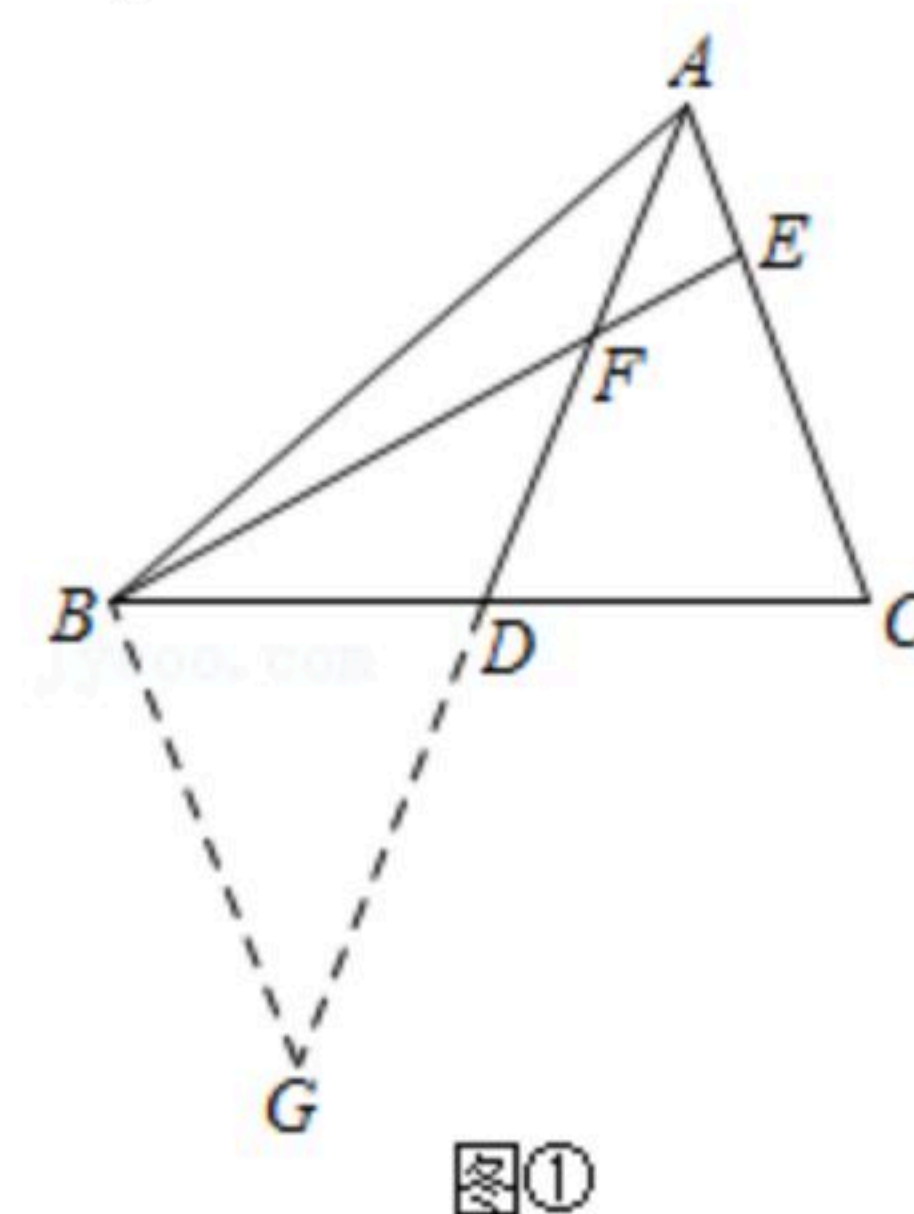
如图， AD 为 $\triangle ABC$ 中线，点 E 在 AC 上， BE 交 AD 于点 F ， $AE=EF$ 。求证： $AC=BF$ 。



经过讨论，同学们得到以下两种思路：

思路一：如图①，添加辅助线后依据SAS可证得 $\triangle ADC \cong \triangle GDB$ ，再利用 $AE=EF$ 可以进

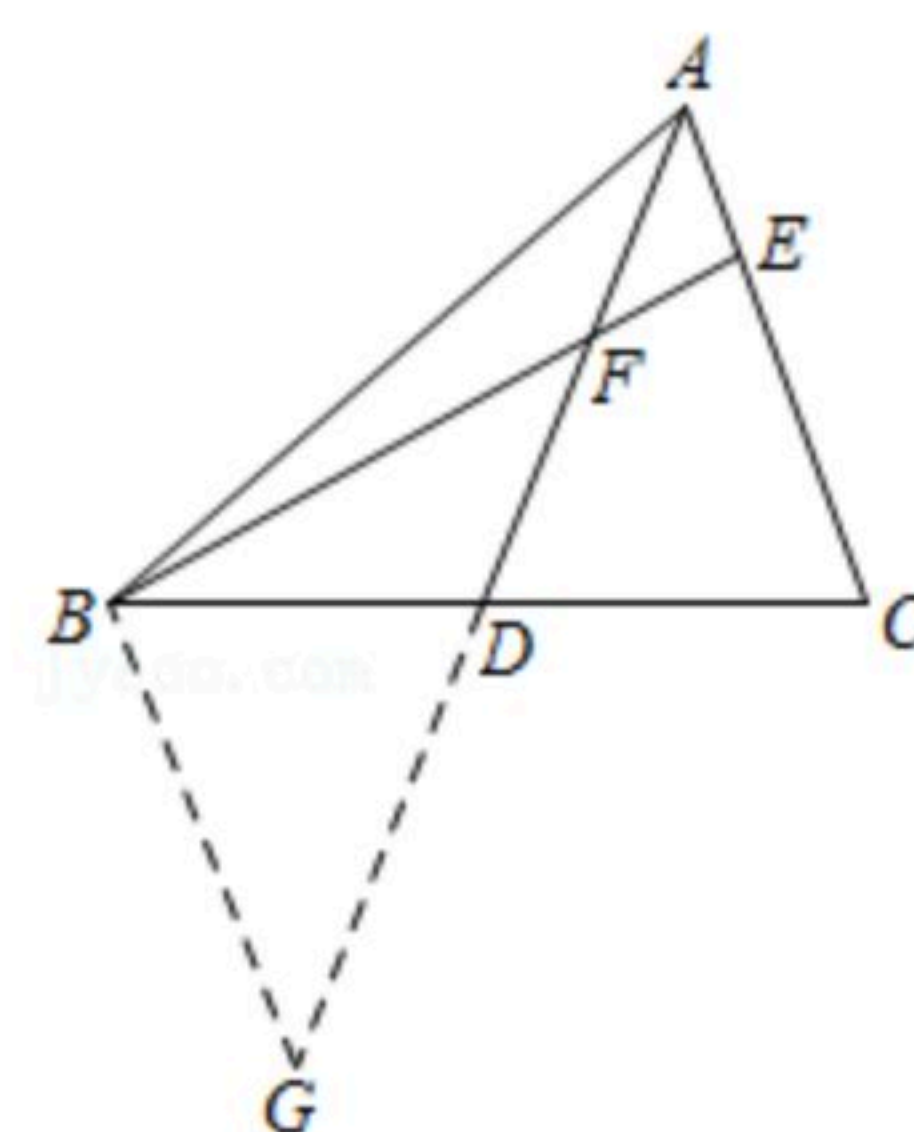
一步证得 $\angle G = \angle FAE = \angle AFE = \angle BFG$ ，从而证明结论。



图①

思路二：如图②，添加辅助线后并利用 $AE=EF$ 可证得 $\angle G = \angle BFG = \angle AFE = \angle FAE$ ，再

依据AAS可以进一步证得 $\triangle ADC \cong \triangle GDB$ ，从而证明结论。



图②

完成下面问题：

(1)①思路一的辅助线的作法是：_____；

②思路二的辅助线的作法是：_____。

(2)请你给出一种不同于以上两种思路的证明方法(要求：只写出辅助线的作法，并画出相应的图形，不需要写出证明过程)。

23. 阅读下列材料，解决相应问题：



扫码查看解析

“友好数对”已知两个两位数，将它们各自的十位数字和个位数字交换位置后，得到两个与原两个两位数均不同的新数，若这两个两位数的乘积与交换位置后两个新两位数的乘积相等，则称这样的两个两位数为“友好数对”。例如 $43 \times 68 = 34 \times 86 = 2924$ ，所以43和68与34和86都是“友好数对”。

(1)36和84 _____ “友好数对”。(填“是”或“不是”)

(2)为探究“友好数对”的本质，可设“友好数对”中一个数的十位数字为 a ，个位数字为 b ，且 $a \neq b$ ；另一个数的十位数字为 c ，个位数字为 d ，且 $c \neq d$ ，则 a, b, c, d 之间存在一个等量关系，其探究和说理过程如下，请你将其补充完整。

解：根据题意，“友好数对”中的两个数分别表示为 $10a+b$ 和 $10c+d$ ，将它们各自的十位数字和个位数字交换位置后两个数依次表示为 _____ 和 _____。

因为它们是友好数对，所以 $(10a+b)(10c+d) =$ _____。

即 a, b, c, d 的等量关系为： _____。

(3)请从下面A、B两题中任选一题作答，我选择 _____ 题。

A. 请再写出一对“友好数对”，与本题已给的“友好数对”不同。

B. 若有一个两位数，十位数字为 $x+2$ ，个位数字为 x ，另一个两位数，十位数字为 $x+2$ ，个位数字为 $x+8$ 。且这两个数为“友好数对”，直接写出这两个两位数。