



扫码查看解析

# 2021年河南省许昌市中考一模试卷

## 数 学

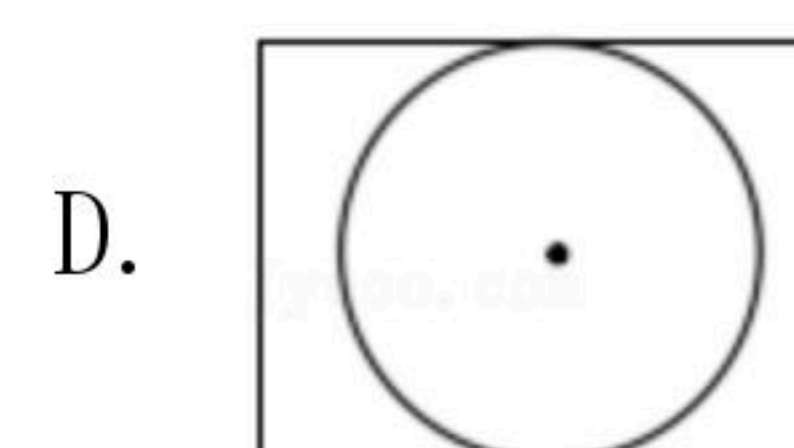
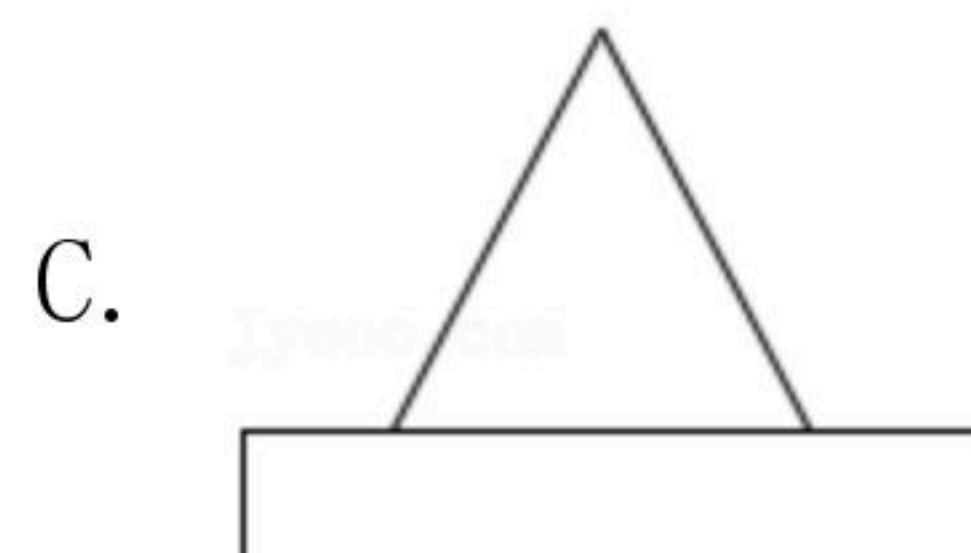
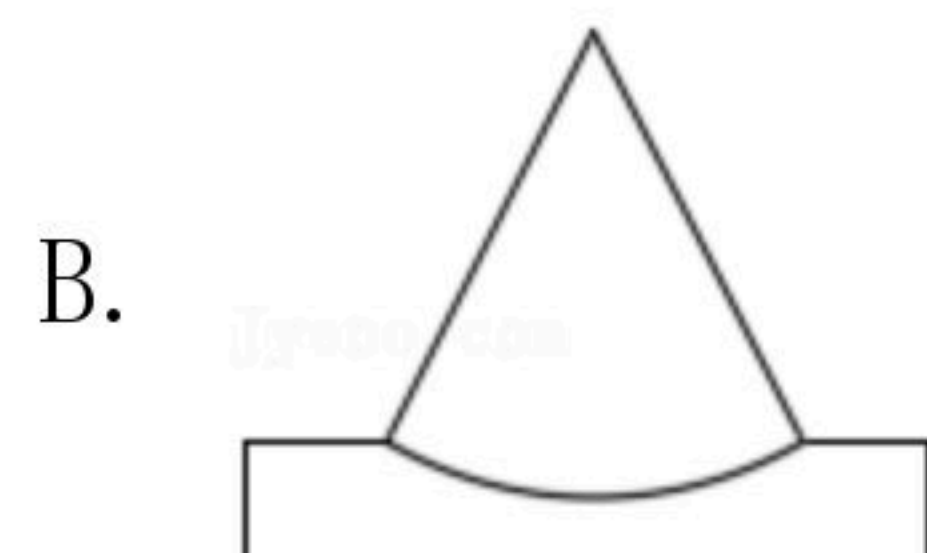
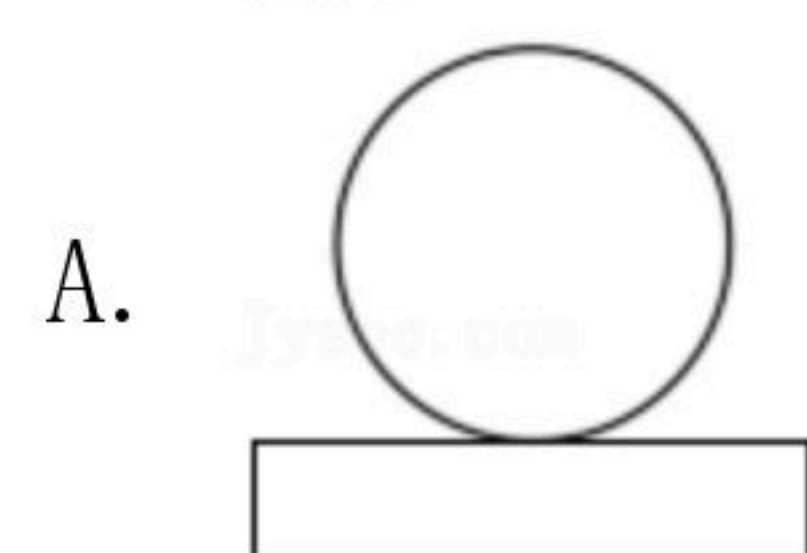
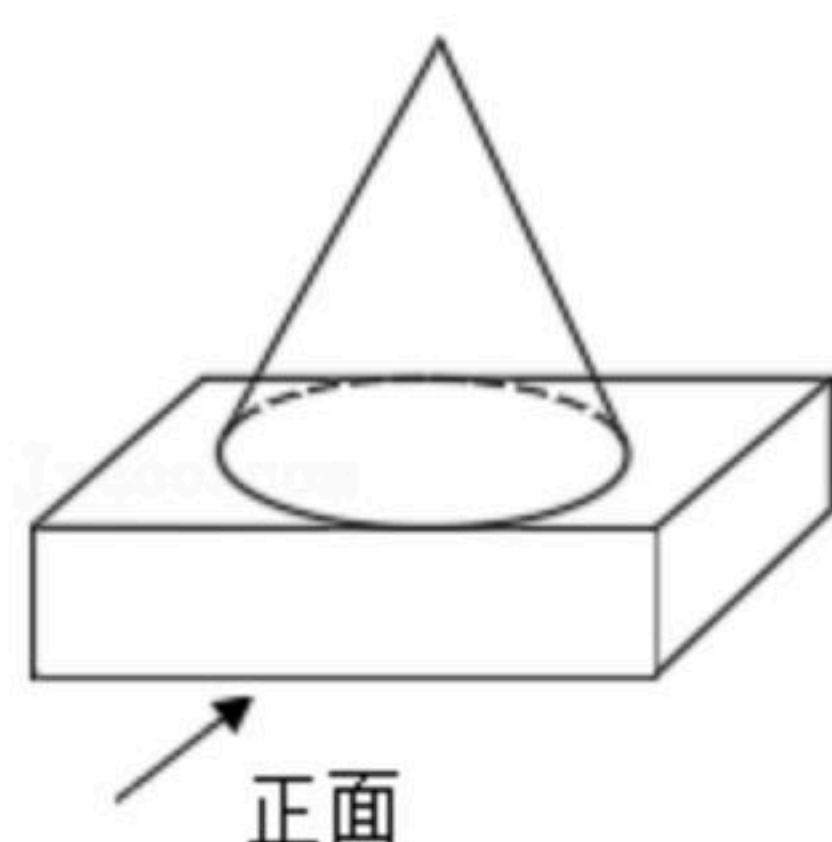
注：满分为120分。

一、选择题（每小题3分，共30分）下列各小题均有四个答案，其中只有一个是正确的。

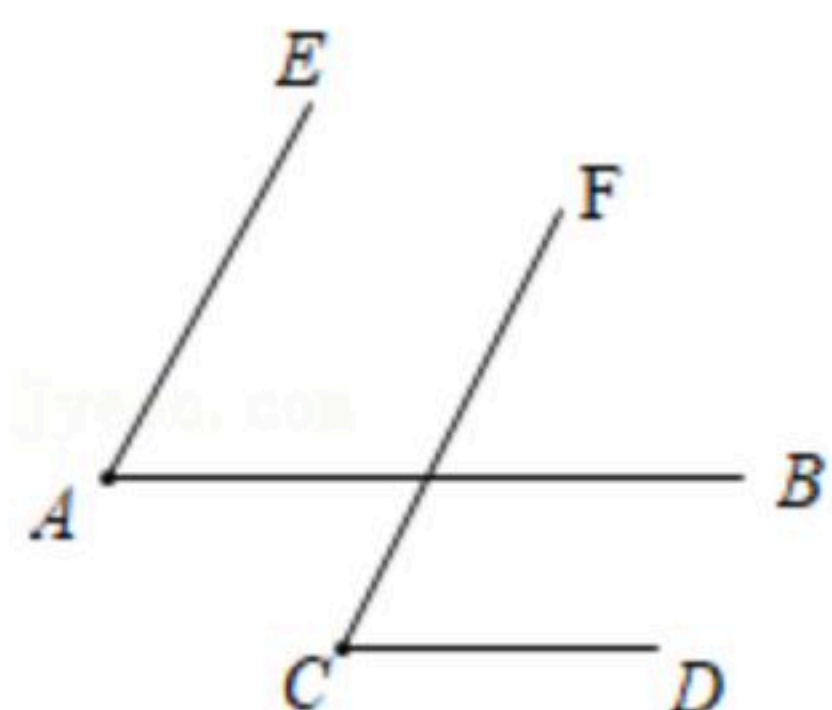
1. 下列各数中，比-1小的数是( )

- A. 0
- B.  $-\frac{1}{2}$
- C. 1
- D.  $-\pi$

2. 如图是由一个长方体和一个圆锥组成的几何体，它的主视图是( )



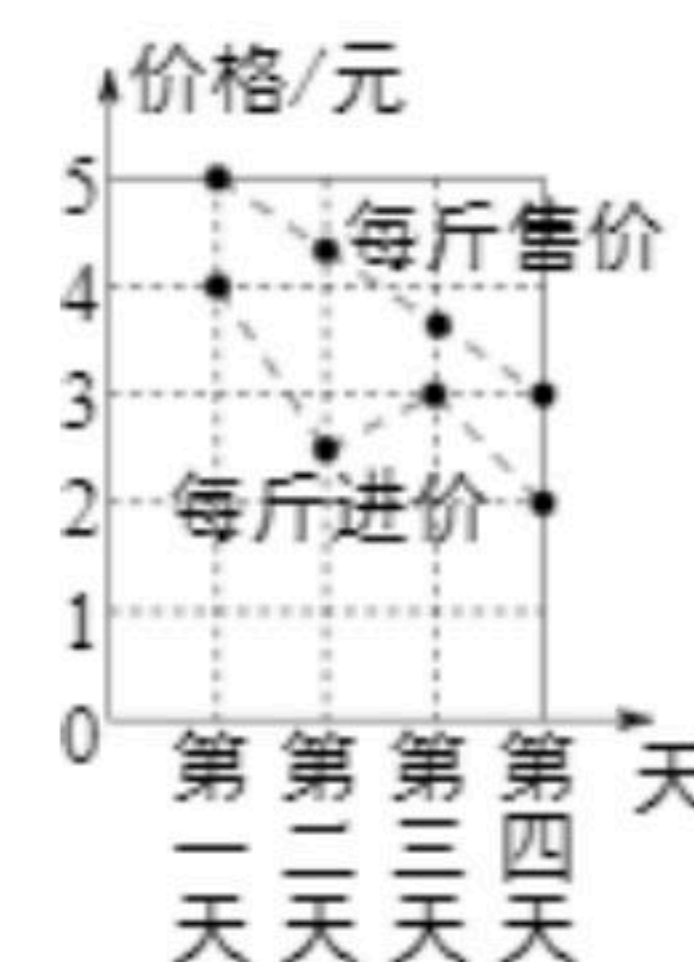
3. 如图， $AB \parallel CD$ ， $AE \parallel CF$ ， $\angle A = 50^\circ$ ，则 $\angle C =$ ( )



- A.  $40^\circ$
- B.  $50^\circ$
- C.  $60^\circ$
- D.  $70^\circ$

4. 某商品四天内每天每斤的进价与售价信息如图所示，则售出这种商品每斤利润最大的是( )

- A. 第一天
- B. 第二天
- C. 第三天
- D. 第四天



5. 一元二次方程 $x(2x-1)=1$ 的根的情况为( )

- A. 有两个不相等的实数根
- B. 有两个相等的实数根
- C. 只有一个实数根
- D. 无实数根

6. 已知 $a, k$ 均为正整数，则 $(a+a+\dots+a)^k =$ ( )

- A.  $2a^k$
- B.  $a^{2+k}$
- C.  $a^{2k}$
- D.  $a^{2k+1}$



7. 已知某函数经过点 $A(-2, y_1)$ ,  $B(1, y_2)$ ,  $C(2, y_3)$ , 且 $y_1 > y_3 > y_2$ , 则这个函数的表达式可以是( )

- A.  $y = \frac{8}{x}$       B.  $y = -\frac{8}{x}$       C.  $y = x^2$       D.  $y = -x^2$

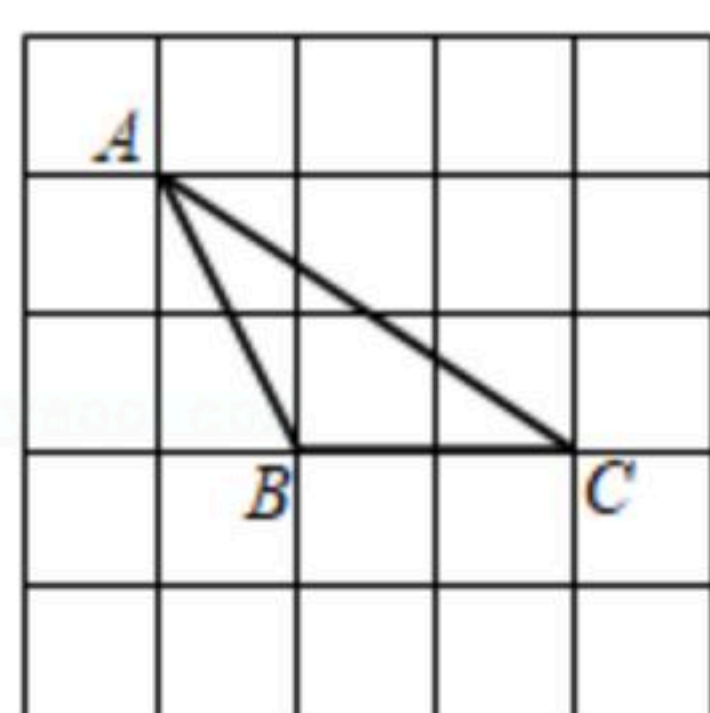
8. 一道来自课本的习题:

从甲地到乙地有一段上坡与一段平路, 如果保持上坡每小时走 $3\text{km}$ , 平路每小时走 $4\text{km}$ , 下坡每小时走 $5\text{km}$ , 那么从甲地到乙地需 $54\text{min}$ , 从乙地到甲地需 $42\text{min}$ . 甲地到乙地全程是多少?

若设坡路长 $x\text{km}$ , 平路长 $y\text{km}$ , 根据题意可列方程组( )

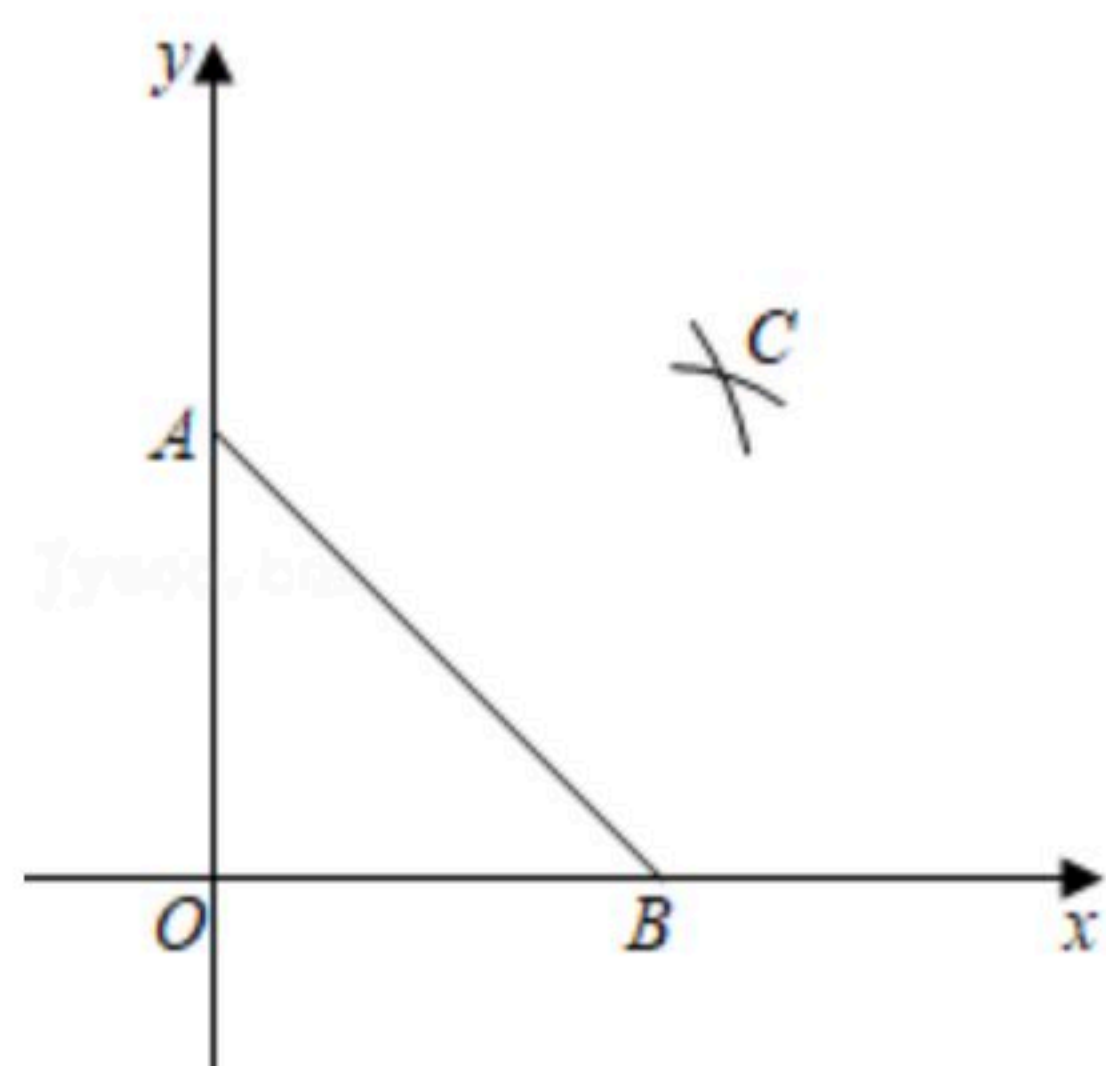
- A.  $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = \frac{42}{60} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{54}{60} \end{cases}$       B.  $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{42}{60} \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = \frac{54}{60} \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = \frac{54}{60} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{42}{60} \end{cases}$       D.  $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{54}{60} \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = \frac{42}{60} \end{cases}$

9. 如图, 在 $5 \times 5$ 的网格中, 每个格点小正方形的边长为1,  $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A, B, C$ 都在网格格点的位置上, 则 $\triangle ABC$ 的边 $AB$ 上的高为( )



- A.  $\sqrt{5}$       B.  $\frac{8\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A, B$ 坐标分别为 $(0, 6), (6, 0)$ , 连接 $AB$ , 分别以点 $A, B$ 为圆心,  $AB$ 长为半径画弧, 两弧在第一象限交于点 $C$ . 则点 $C$ 的坐标为( )



- A.  $(7, 7)$       B.  $(3\sqrt{2}+3, 3\sqrt{2}+3)$   
C.  $(8, 8)$       D.  $(3\sqrt{3}+3, 3\sqrt{3}+3)$

## 二、填空题 (每小题3分, 共15分)

11. 请写出一个大于 $\sqrt{2}$ 且小于 $\sqrt{11}$ 的整数 \_\_\_\_\_.

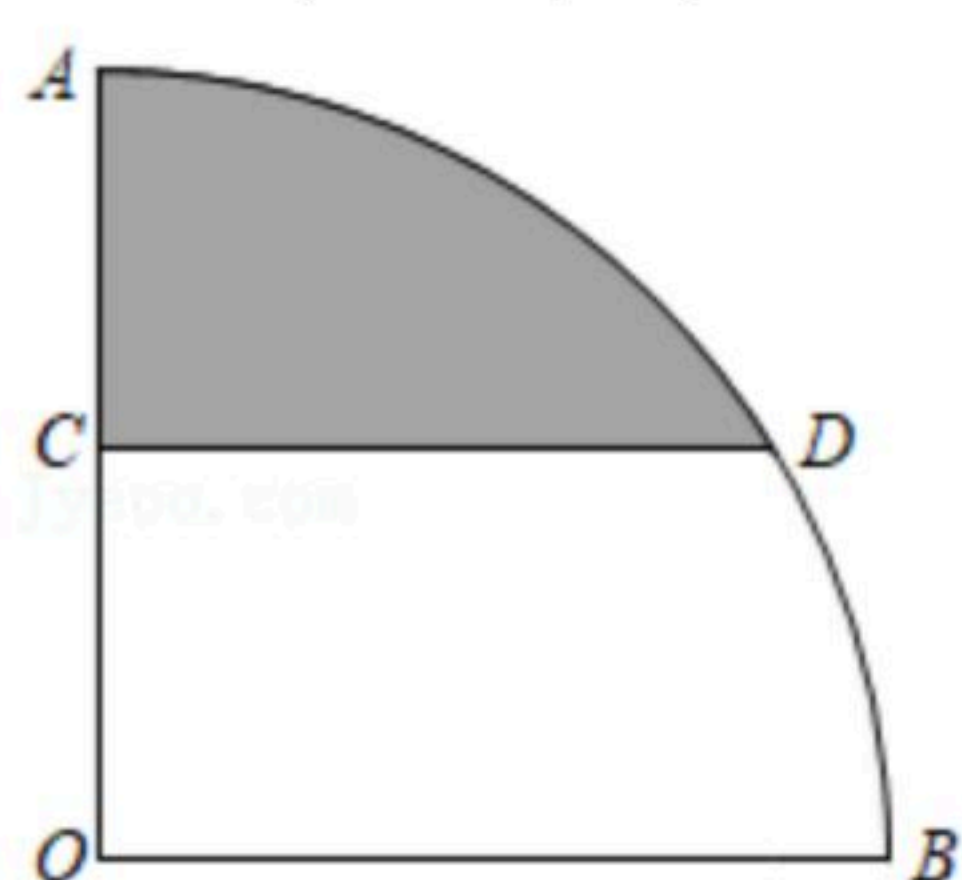


扫码查看解析

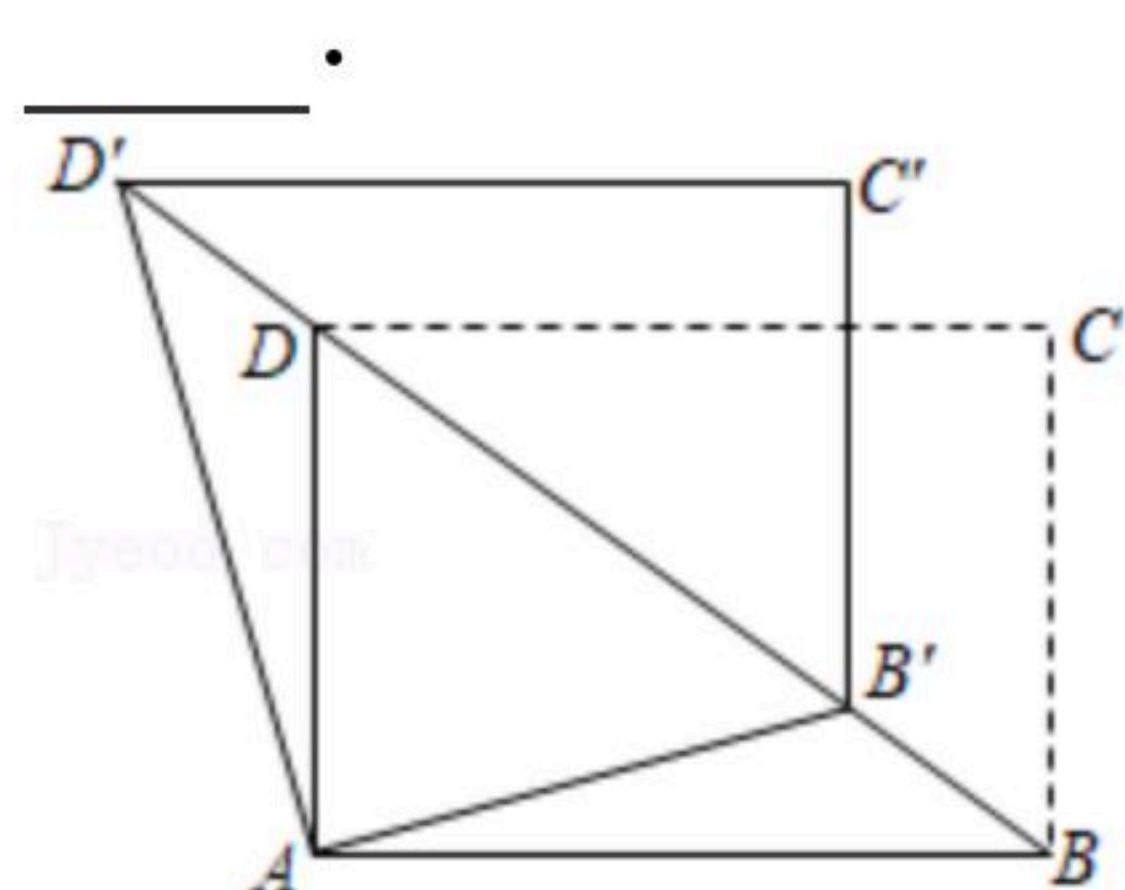
12. 不等式组  $\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ x-1 < 0 \end{cases}$  的解集是 \_\_\_\_\_.

13. 现有一个不透明的袋子，装有4个球，它们的编号分别为1, 3, 4, 5. 这些球除编号外完全相同. 从袋子中任意摸出一个球，记下编号后放回，搅匀，再任意摸出一个球，则两次摸出球的编号之和为奇数的概率是 \_\_\_\_\_.

14. 如图，在扇形AOB中， $\angle AOB=90^\circ$ ，点C是OA的中点，点D在AB上， $CD \perp OA$ ，若OA=2，则图中阴影部分的周长为 \_\_\_\_\_.



15. 如图，在矩形ABCD中，AB=4，BC=3，将 $\triangle BCD$ 沿射线BD平移长度a(a>0)得到 $\triangle B'C'D'$ ，连接AB'，AD'，则当 $\triangle AB'D'$ 是直角三角形时，a的长为 \_\_\_\_\_.



### 三、解答题（本大题8个小题，共75分）

16. 下面是小彬同学进行分式化简的过程，请认真阅读并完成相应任务.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{a^2-1}{a^2+2a+1} + 1 \right) \div \frac{a}{a+1} \\ &= \left[ \frac{(a+1)(a-1)}{(a+1)^2} + 1 \right] \div \frac{a}{a+1} \dots\dots \text{第一步} \\ &= \left( \frac{a-1}{a+1} + 1 \right) \div \frac{a}{a+1} \dots\dots \text{第二步} \\ &= \frac{a-1+1}{a+1} \div \frac{a}{a+1} \dots\dots \text{第三步} \\ &= \frac{a}{a+1} \div \frac{a}{a+1} \dots\dots \text{第四步} \\ &= \frac{a}{a+1} \cdot \frac{a+1}{a} \dots\dots \text{第五步} \\ &= 1 \dots\dots \text{第六步} \end{aligned}$$

(1) 填空：

① 以上化简步骤中，第一步进行的运算是 \_\_\_\_\_.

A. 整式乘法



扫码查看解析

B. 因式分解

②第\_\_\_\_\_步开始出现错误, 这一步错误的原因是\_\_\_\_\_

(2)请直接写出该分式化简的正确结果;

(3)除纠正上述错误外, 请根据平时的经验, 就分式的化简过程写出一条注意事项.

17. 小手拉大手, 共创文明城. 某校为了了解家长对南宁市创建全国文明城市相关知识的知晓情况, 通过发放问卷进行测评, 从中随机抽取20份答卷, 并统计成绩(成绩得分用 $x$ 表示, 单位: 分), 收集数据如下:

90 82 99 86 98 96 90 100 89 83 87 88 81 90 93 100 100 96 92 100

整理数据:

$80 \leq x < 85$	$85 \leq x < 90$	$90 \leq x < 95$	$95 \leq x \leq 100$
3	4	$a$	8

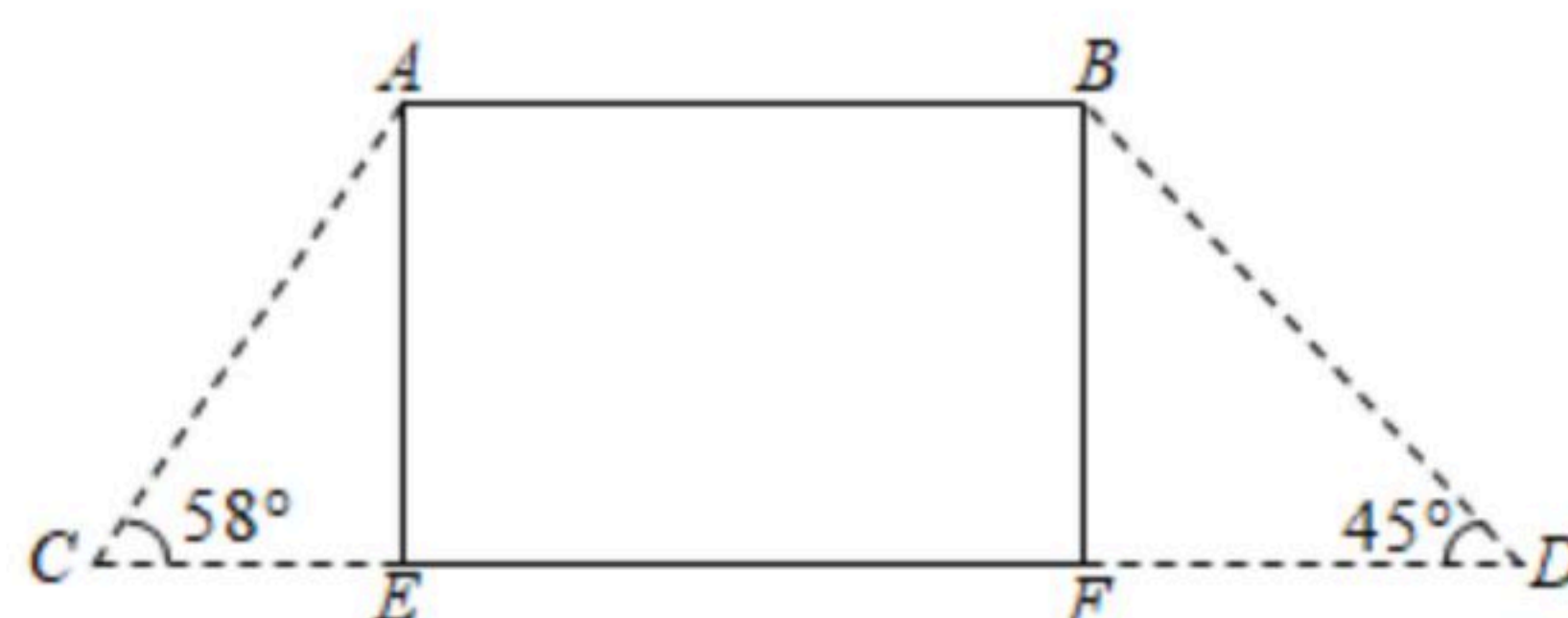
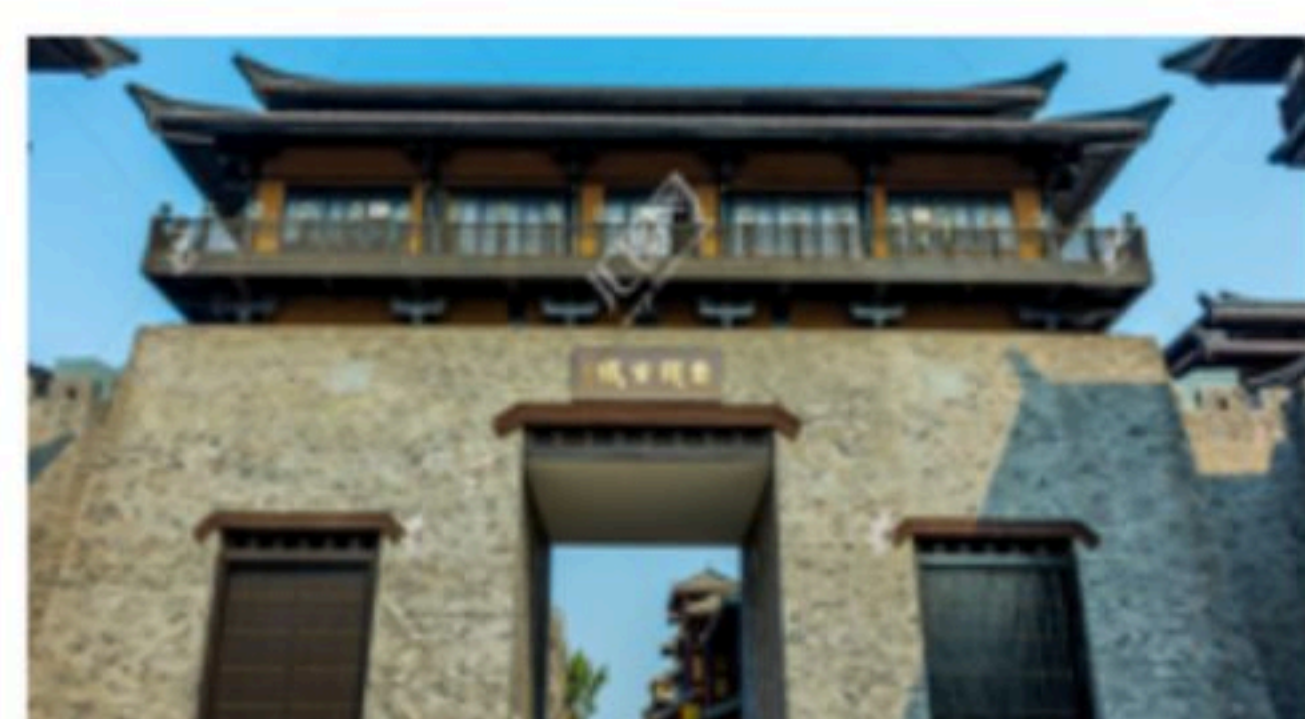
分析数据:

平均分	中位数	众数
92	$b$	$c$

根据以上信息, 解答下列问题:

- 直接写出上述表格中 $a, b, c$ 的值;
- 该校有1600名家长参加了此次问卷测评活动, 请估计成绩不低于90分的人数是多少?
- 请从中位数和众数中选择一个量, 结合本题解释它的意义.

18. 曹魏古城是许昌的特色建筑之一, 具有文化展示旅游休闲、商业服务、特色居住等主要功能. 某数学活动小组借助测角仪和皮尺测量曹魏古城南城中间大门的高度. 如图, 矩形 $AEFB$ 是中间大门的截面图, 他们先在城门南侧点 $C$ 处测得点 $A$ 的仰角 $\angle ACE$ 为 $58^\circ$ , 然后沿直线从点 $C$ 处穿过城门到达点 $D$ , 从点 $D$ 处测得点 $B$ 的仰角 $\angle BDF$ 为 $45^\circ$ , 点 $C$ 到点 $D$ 的距离为38米,  $EF$ 的距离为18米, 求曹魏古城南城中间大门 $AE$ 的高度. (结果精确到1米; 参考数据:  $\sin 58^\circ \approx 0.85, \cos 58^\circ \approx 0.53, \tan 58^\circ \approx 1.60$ )



19. 如图,  $AB$ 是半圆 $O$ 的直径, 点 $P$ 是半圆 $O$ 上异于 $A, B$ 的一点, 连接 $BP$ ,  $\angle PBA$ 的平分线交



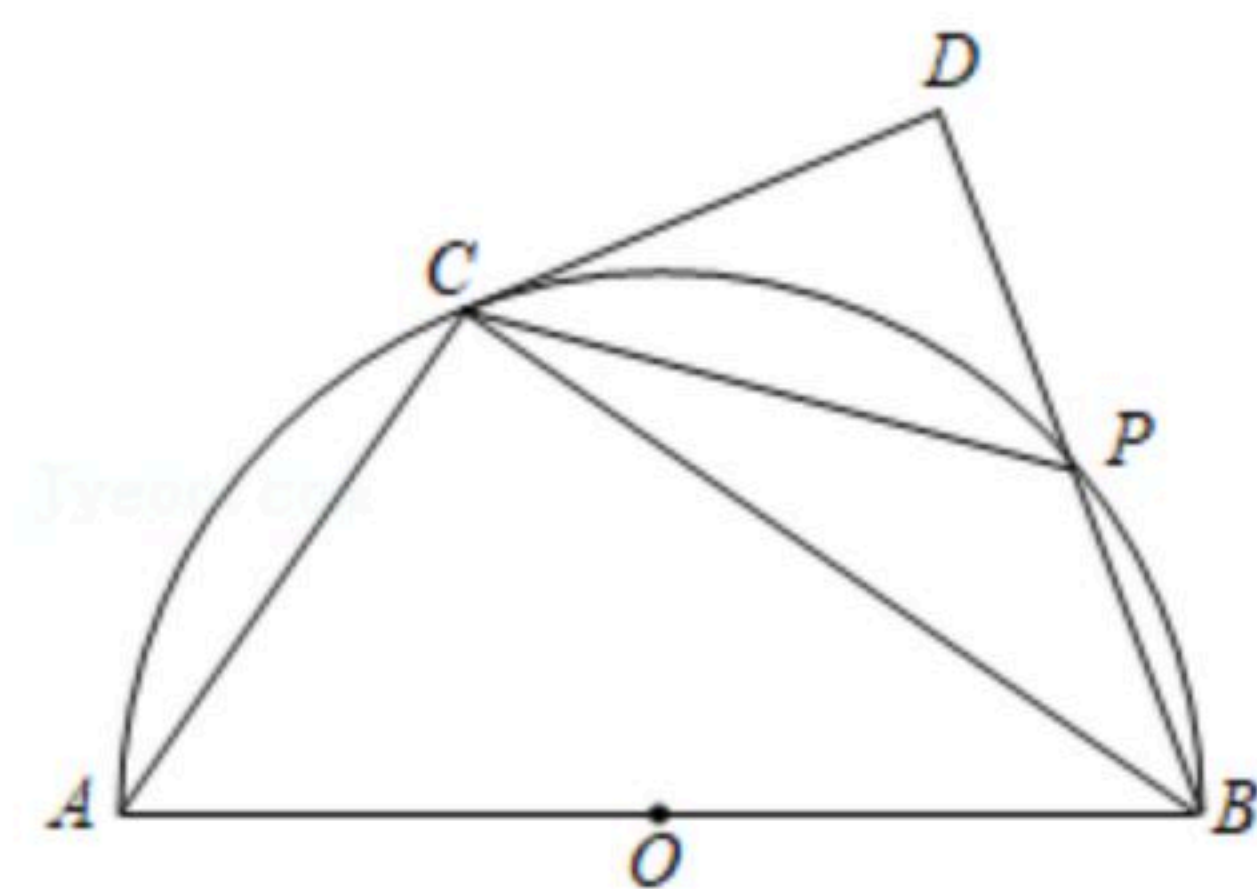
扫码查看解析

半圆 $O$ 于点 $C$ ，过点 $C$ 作半圆 $O$ 的切线交射线 $BP$ 于点 $D$ ，连接 $CP$ ， $CA$ 。

(1)求证： $CD \perp BD$ ；

(2)若 $AB=5$ ， $BD=4$ ，求 $BC$ 的长度；

(3)当 $\triangle PCB \cong \triangle OCB$ 时，请直接写出线段 $BP$ 与 $DP$ 之间的数量关系。



20. 草莓是一种极具营养价值的水果，当下正是草莓的销售旺季。某水果店以2850元购进两种不同品种的盒装草莓。若按标价出售可获毛利润1500元(毛利润=售价-进价)，这两种盒装草莓的进价、标价如表所示：

价格/品种	A品种	B品种
进价(元/盒)	45	60
标价(元/盒)	70	90

(1)求这两个品种的草莓各购进多少盒；

(2)该店计划下周购进这两种品种的草莓共100盒(每种品种至少进1盒)，并在两天内将所进草莓全部销售完毕(损耗忽略不计)。因B品种草莓的销售情况较好，水果店计划购进B品种的盒数不低于A品种盒数的2倍，且A品种不少于20盒。如何安排进货，才能使毛利润最大，最大毛利润是多少？

21. 已知抛物线 $y=mx^2+2mx+m^2-2$ 。

(1)求此抛物线的对称轴；

(2)若此抛物线的顶点在直线 $y=2x+6$ 上，求抛物线的解析式；

(3)若点 $A(a, y_A)$ 与点 $B(3, y_B)$ 在此抛物线上，且 $y_A < y_B$ ，求 $a$ 的取值范围。

22. 小明在学习过程中，遇到这样一个问题：如图1，在菱形 $ABCD$ 中，点 $M$ ， $N$ 分别是边 $BC$ ， $CD$ 的中点，点 $P$ 是对角线 $BD$ 上的动点，连接 $PM$ ， $PN$ ， $MN$ ，当 $\triangle PMN$ 是等腰三角形时，求线段 $BP$ 的长度。小明根据学习函数的经验，对此问题进行了以下探究，请补充完整。

(1)对于点 $P$ 在对角线 $BD$ 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 $BP$ ， $PM$ ， $PN$ 的长度的



扫码查看解析

几组值，如下表：

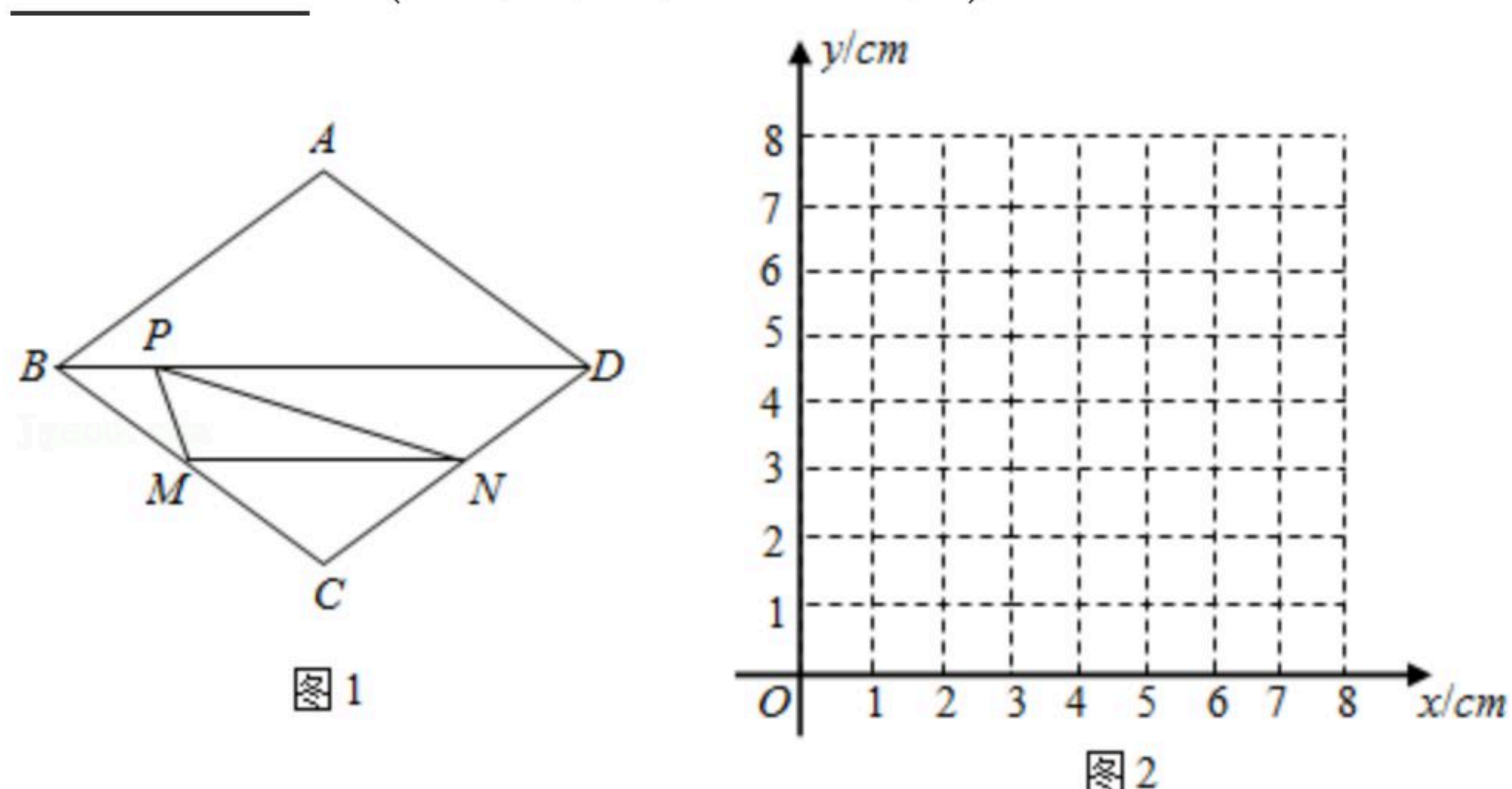
$BP/cm$	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
$PM/cm$	2.5	1.8	1.4	1.8	2.5	3.3	4.2	5.2	6.2
$PN/cm$	6.2	5.2	4.2	3.3	2.5	1.8	1.4	1.8	2.5

①通过观察(1)中表格，可以得到菱形 $ABCD$ 的对角线 $BD$ 长为 \_\_\_\_\_  $cm$ ，菱形 $ABCD$ 的边长为 \_\_\_\_\_  $cm$ ；

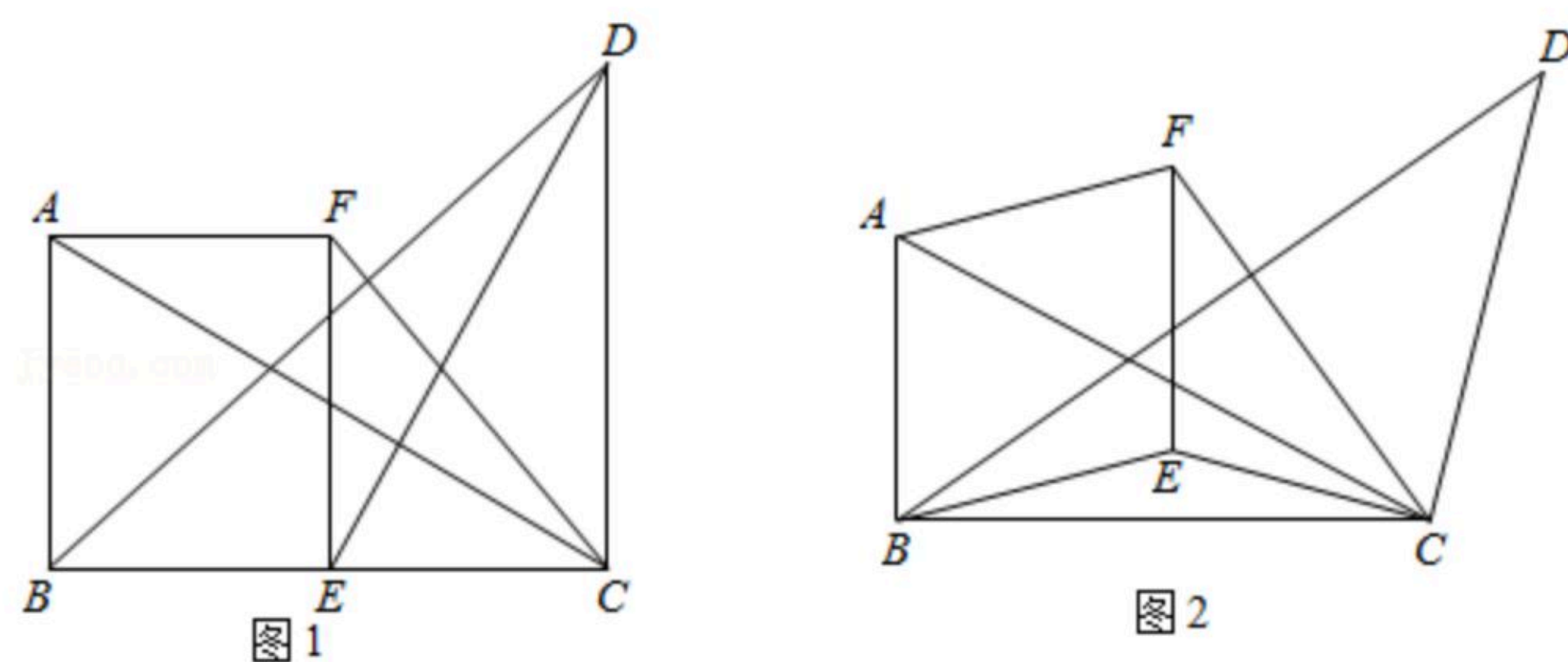
②在 $BP$ ， $PM$ ， $PN$ 的长度这三个量中，确定 \_\_\_\_\_ 的长度是自变量， \_\_\_\_\_ 的长度和 \_\_\_\_\_ 的长度都是这个自变量的函数；

(2)在平面直角坐标系中画出(1)②中确定的函数图象；

(3)结合函数图象，当 $\triangle PMN$ 是等腰三角形时，线段 $BP$ 长度为 \_\_\_\_\_ . (结果保留一位小数)



23. 在 $Rt\triangle ABC$ 与 $Rt\triangle ECD$ 中， $\angle ABC = \angle ECD = 90^\circ$ ， $\angle ACB = \angle EDC = 30^\circ$ ， $AB = 2$ ， $CD = 3$ ，连接 $BE$ ，以 $BE$ ， $AB$ 为邻边作平行四边形 $ABEF$ ，连接 $BD$ ， $CF$ 。



(1)如图1，当点 $E$ 在边 $BC$ 上时， $\frac{FC}{BD}$ 的值为 \_\_\_\_\_，直线 $FC$ 与直线 $BD$ 的位置关系是 \_\_\_\_\_；

(2)将 $Rt\triangle ECD$ 由图1的位置绕点 $C$ 顺时针旋转一周。

①(1)中的两个结论是否仍然成立？如果成立，请仅就图2的情形进行证明；如果不成立，请说明理由；

②当以点 $B$ ， $C$ ， $D$ ， $E$ 为顶点的四边形是平行四边形时，请直接写出 $FC$ 的长度。