



扫码查看解析

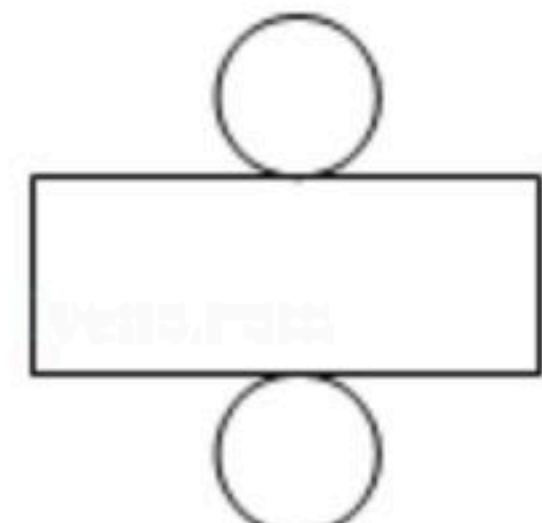
# 2021年北京市中考试卷

## 数学

注：满分为100分。

一、选择题(共16分，每题2分)第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图是某几何体的展开图，该几何体是( )

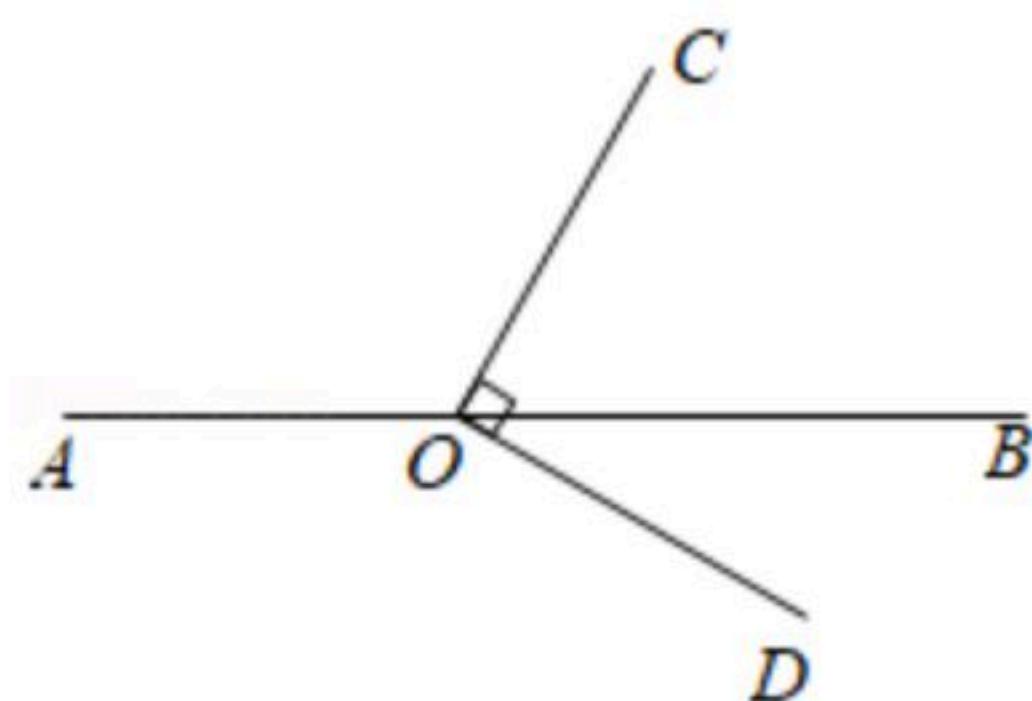


- A. 长方体      B. 圆柱      C. 圆锥      D. 三棱柱

2. 党的十八大以来，坚持把教育扶贫作为脱贫攻坚的优先任务。2014—2018年，中央财政累计投入“全面改善贫困地区义务教育薄弱学校基本办学条件”专项补助资金1692亿元，将169200000000用科学记数法表示应为( )

- A.  $0.1692 \times 10^{12}$     B.  $1.692 \times 10^{12}$     C.  $1.692 \times 10^{11}$     D.  $16.92 \times 10^{10}$

3. 如图，点O在直线AB上， $OC \perp OD$ . 若 $\angle AOC=120^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的大小为( )

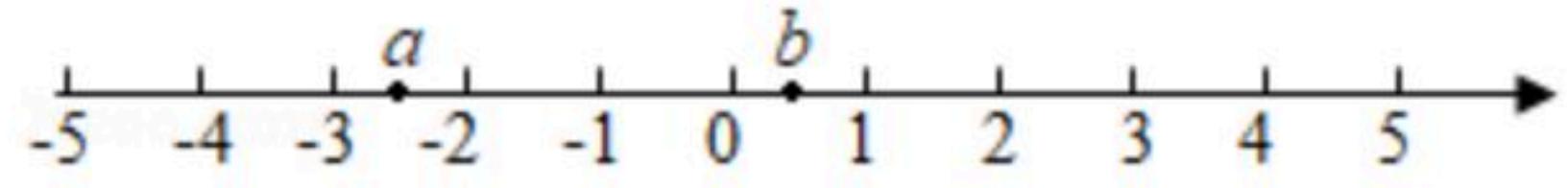


- A.  $30^\circ$     B.  $40^\circ$     C.  $50^\circ$     D.  $60^\circ$

4. 下列多边形中，内角和最大的是( )



5. 实数a, b在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是( )



- A.  $a > -2$     B.  $|a| > b$     C.  $a+b > 0$     D.  $b-a < 0$

6. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则一枚硬币正面向上、一枚硬币反面向上的概率是( )

- A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{1}{3}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{2}{3}$

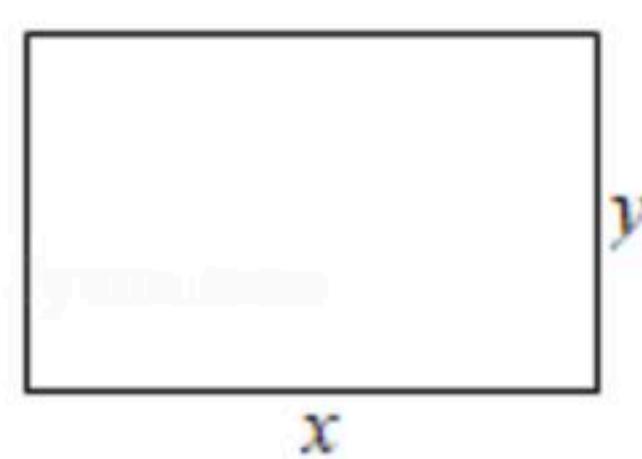
7. 已知 $43^2=1849$ ,  $44^2=1936$ ,  $45^2=2025$ ,  $46^2=2116$ . 若n为整数且 $n < \sqrt{2021} < n+1$ ，则n的值为( )

- A. 43    B. 44    C. 45    D. 46



扫码查看解析

8. 如图，用绳子围成周长为 $10m$ 的矩形，记矩形的一边长为 $xm$ ，它的邻边长为 $ym$ ，矩形的面积为 $S m^2$ . 当 $x$ 在一定范围内变化时， $y$ 和 $S$ 都随 $x$ 的变化而变化，则 $y$ 与 $x$ ， $S$ 与 $x$ 满足的函数关系分别是( )



- A. 一次函数关系，二次函数关系
- B. 反比例函数关系，二次函数关系
- C. 一次函数关系，反比例函数关系
- D. 反比例函数关系，一次函数关系

## 二、填空题(共16分，每题2分)

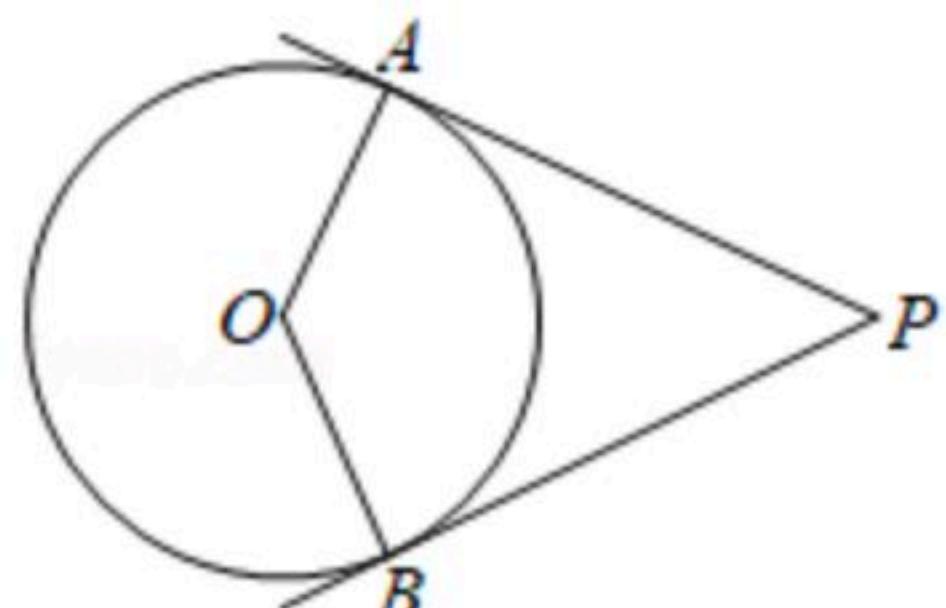
9. 若 $\sqrt{x-7}$ 在实数范围内有意义，则实数 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 分解因式： $5x^2-5y^2=$ \_\_\_\_\_.

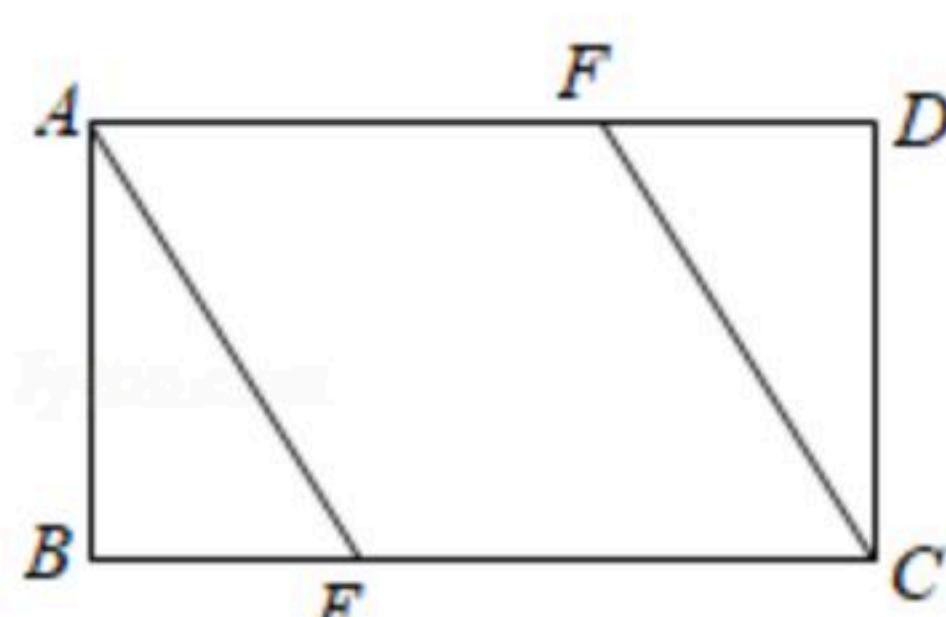
11. 方程 $\frac{2}{x+3}=\frac{1}{x}$ 的解为\_\_\_\_\_.

12. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，若反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(1, 2)$ 和点 $B(-1, m)$ ，则 $m$ 的值为\_\_\_\_\_.

13. 如图， $PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线， $A, B$ 是切点. 若 $\angle P=50^\circ$ ，则 $\angle AOB=$ \_\_\_\_\_.



14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 $E, F$ 分别在 $BC, AD$ 上， $AF=EC$ . 只需添加一个条件即可证明四边形 $AECF$ 是菱形，这个条件可以是\_\_\_\_\_ (写出一个即可).



15. 有甲、乙两组数据，如下表所示：

甲	11	12	13	14	15
乙	12	12	13	14	14

甲、乙两组数据的方差分别为 $s_甲^2, s_乙^2$ ，则 $s_甲^2$ \_\_\_\_\_  $s_乙^2$



扫码查看解析

$^2$ (填“ $>$ ”，“ $<$ ”或“ $=$ ”).

16. 某企业有 $A$ ,  $B$ 两条加工相同原材料的生产线. 在一天内,  $A$ 生产线共加工 $a$ 吨原材料, 加工时间为 $(4a+1)$ 小时; 在一天内,  $B$ 生产线共加工 $b$ 吨原材料, 加工时间为 $(2b+3)$ 小时. 第一天, 该企业将5吨原材料分配到 $A$ ,  $B$ 两条生产线, 两条生产线都在一天内完成了加工, 且加工时间相同, 则分配到 $A$ 生产线的吨数与分配到 $B$ 生产线的吨数的比为

\_\_\_\_\_. 第二天开工前, 该企业按第一天的分配结果分配了5吨原材料后, 又给 $A$ 生产线分配了 $m$ 吨原材料, 给 $B$ 生产线分配了 $n$ 吨原材料. 若两条生产线都能在一天内加工完各自分配到的所有原材料, 且加工时间相同, 则 $\frac{m}{n}$ 的值为 \_\_\_\_\_.

**三、解答题 (共68分, 第17-20题, 每题5分, 第21-22题, 每题6分, 第23题5分, 第24题6分, 第25题5分, 第26题6分, 第27-28题, 每题7分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。**

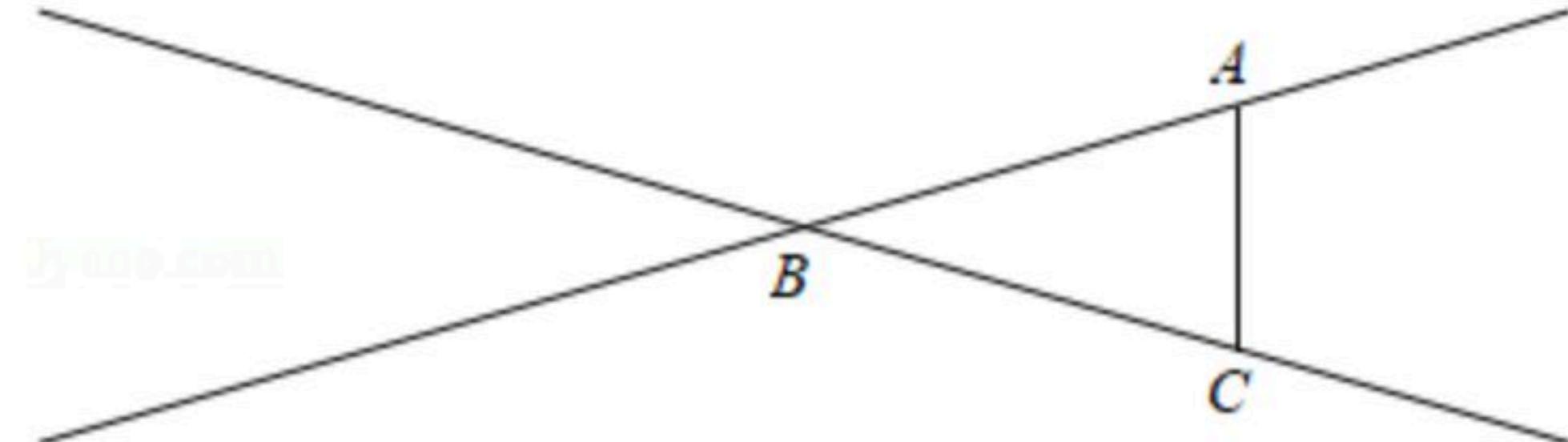
17. 计算:  $2\sin 60^\circ + \sqrt{12} + |-5| - (\pi + \sqrt{2})^0$ .

18. 解不等式组:  $\begin{cases} 4x-5 > x+1 \\ \frac{3x-4}{2} < x \end{cases}$ .

19. 已知 $a^2 + 2b^2 - 1 = 0$ , 求代数式 $(a-b)^2 + b(2a+b)$ 的值.

20. 《淮南子 天文训》中记载了一种确定东西方向的方法, 大意是: 日出时, 在地面上点 $A$ 处立一根杆, 在地面上沿着杆的影子的方向取一点 $B$ , 使 $B$ ,  $A$ 两点间的距离为10步(步是古代的一种长度单位), 在点 $B$ 处立一根杆; 日落时, 在地面上沿着点 $B$ 处的杆的影子的方向取一点 $C$ , 使 $C$ ,  $B$ 两点间的距离为10步, 在点 $C$ 处立一根杆. 取 $CA$ 的中点 $D$ , 那么直线 $DB$ 表示的方向为东西方向.

(1) 上述方法中, 杆在地面上的影子所在直线及点 $A$ ,  $B$ ,  $C$ 的位置如图所示. 使用直尺和圆规, 在图中作 $CA$ 的中点 $D$ (保留作图痕迹);



(2) 在如图中, 确定了直线 $DB$ 表示的方向为东西方向. 根据南北方向与东西方向互相垂直, 可以判断直线 $CA$ 表示的方向为南北方向, 完成如下证明.

证明: 在 $\triangle ABC$ 中,  $BA = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $D$ 是 $CA$ 的中点,

$\therefore CA \perp DB$ (                  )(填推理的依据).



扫码查看解析

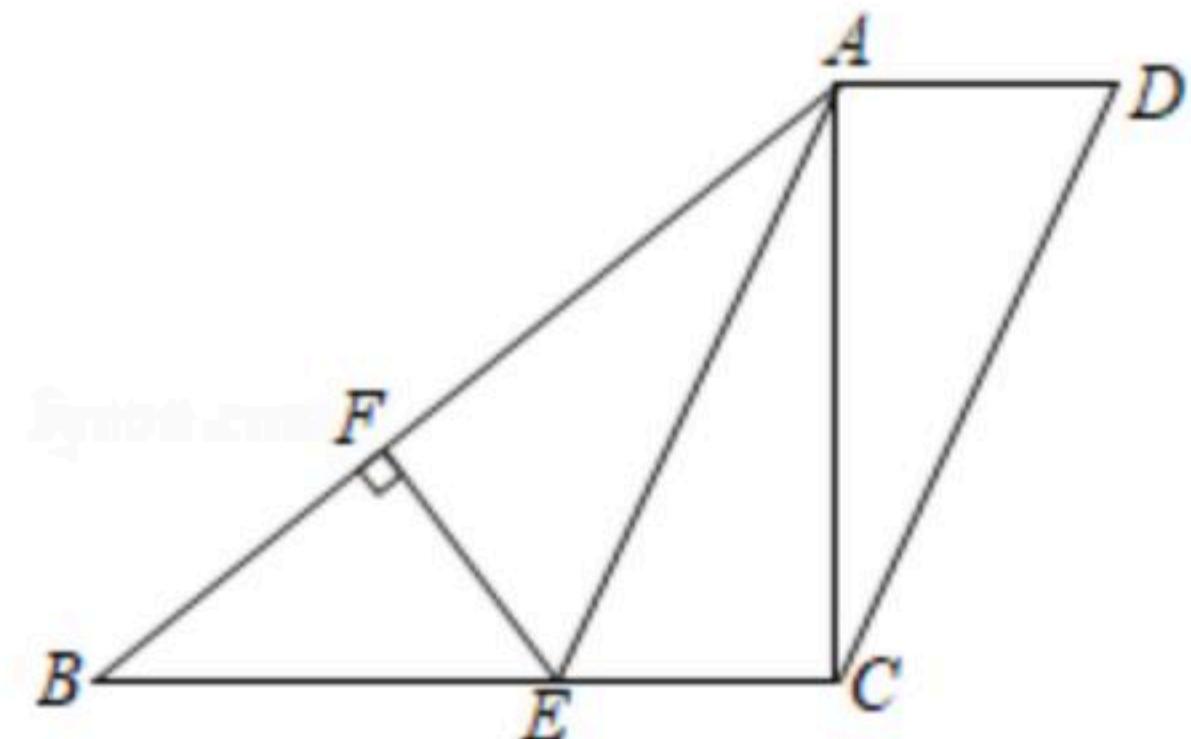
$\because$ 直线DB表示的方向为东西方向,  
 $\therefore$ 直线CA表示的方向为南北方向.

21. 已知关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2 - 4mx + 3m^2 = 0$ .

- (1)求证: 该方程总有两个实数根;
- (2)若 $m > 0$ , 且该方程的两个实数根的差为2, 求 $m$ 的值.

22. 如图, 在四边形ABCD中,  $\angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$ , 点E在BC上,  $AE \parallel DC$ ,  $EF \perp AB$ , 垂足为F.

- (1)求证: 四边形AECD是平行四边形;
- (2)若AE平分 $\angle BAC$ ,  $BE=5$ ,  $\cos B = \frac{4}{5}$ , 求BF和AD的长.

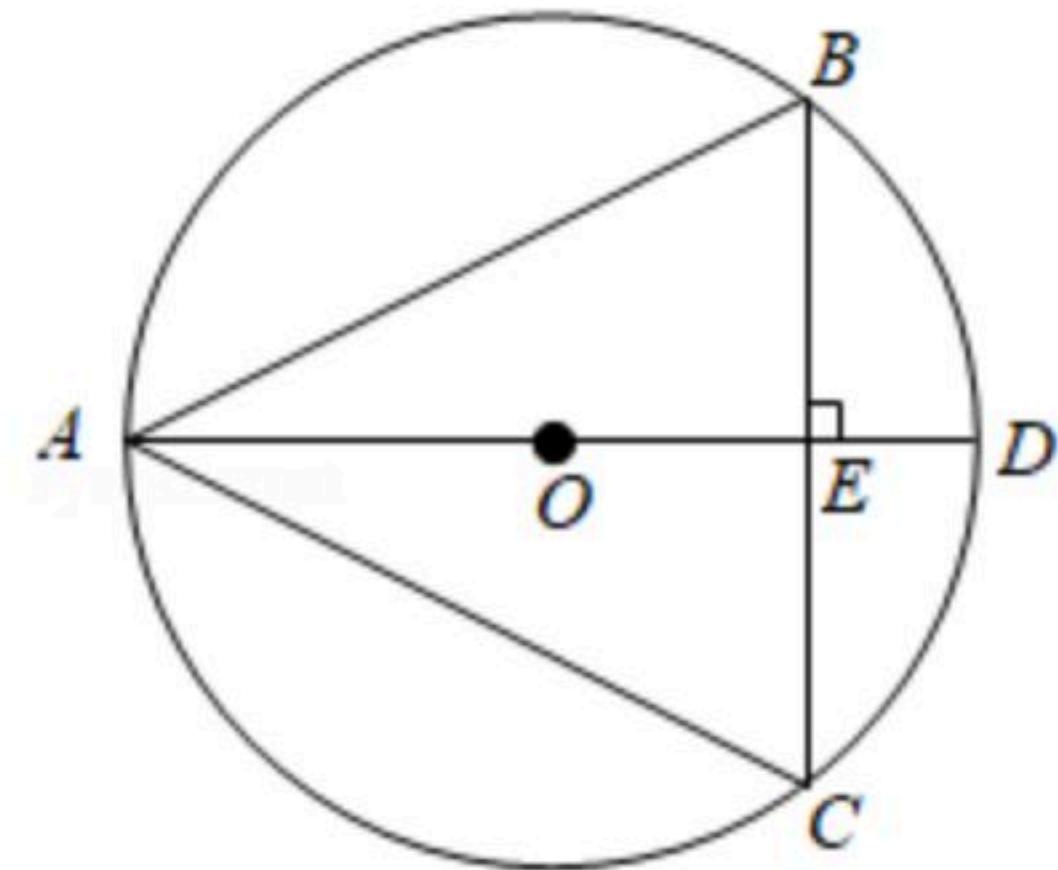


23. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象由函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象向下平移1个单位长度得到.

- (1)求这个一次函数的解析式;
- (2)当 $x > -2$ 时, 对于 $x$ 的每一个值, 函数 $y=mx(m \neq 0)$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值, 直接写出 $m$ 的取值范围.

24. 如图,  $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆,  $AD$ 是 $\odot O$ 的直径,  $AD \perp BC$ 于点E.

- (1)求证:  $\angle BAD = \angle CAD$ ;
- (2)连接 $BO$ 并延长, 交 $AC$ 于点F, 交 $\odot O$ 于点G, 连接 $GC$ . 若 $\odot O$ 的半径为5,  $OE=3$ , 求 $GC$ 和 $OF$ 的长.

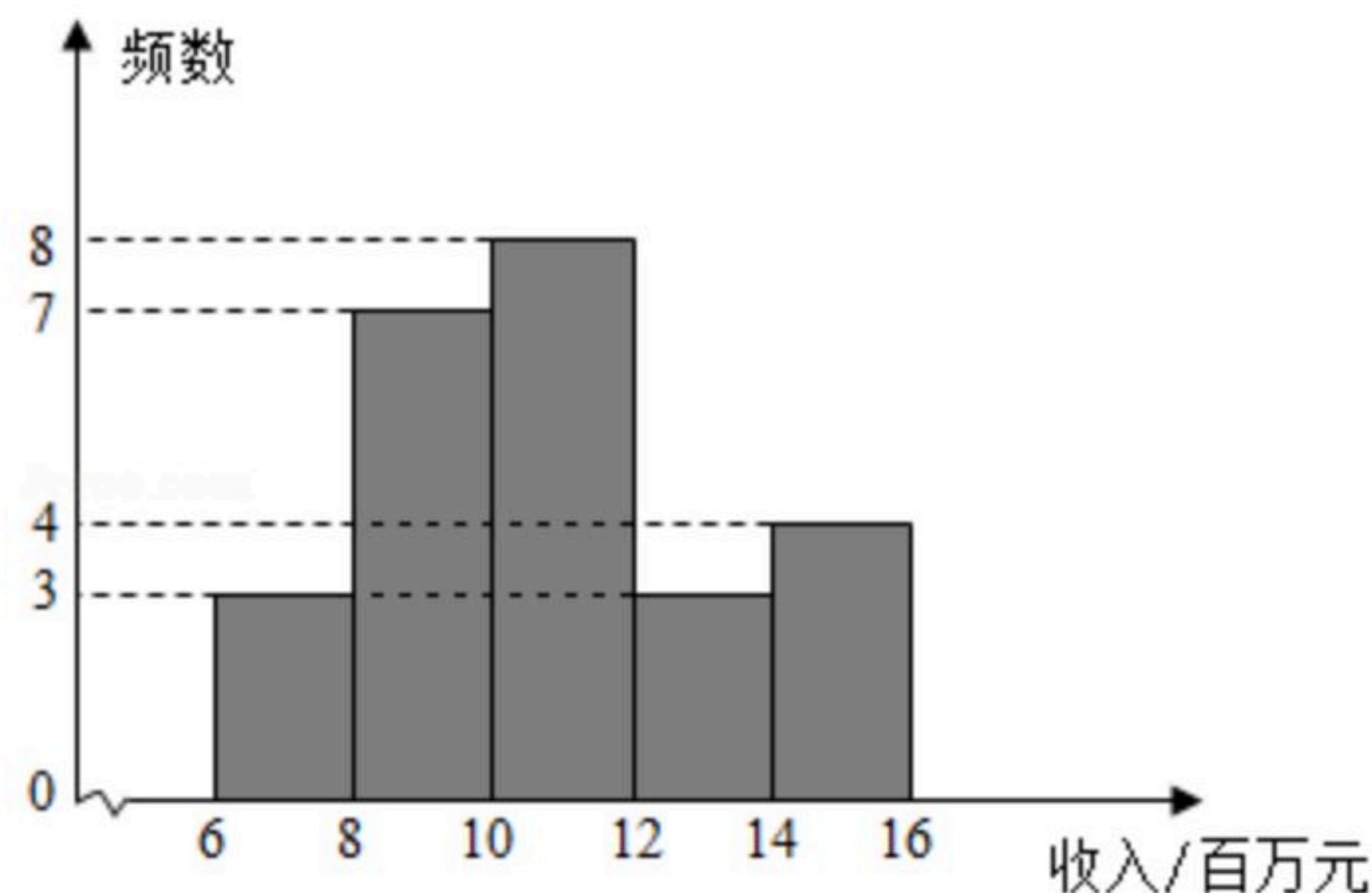




扫码查看解析

25. 为了解甲、乙两座城市的邮政企业4月份收入的情况，从这两座城市的邮政企业中，各随机抽取了25家邮政企业，获得了它们4月份收入(单位：百万元)的数据，并对数据进行整理、描述和分析。下面给出了部分信息。

- a. 甲城市邮政企业4月份收入的数据的频数分布直方图如下(数据分成5组： $6 \leq x < 8$ ,  $8 \leq x < 10$ ,  $10 \leq x < 12$ ,  $12 \leq x < 14$ ,  $14 \leq x \leq 16$ )：



- b. 甲城市邮政企业4月份收入的数据在 $10 \leq x < 12$ 这一组的是：

10.0 10.0 10.1 10.9 11.4 11.5 11.6 11.8

- c. 甲、乙两座城市邮政企业4月份收入的数据的平均数、中位数如下：

	平均数	中位数
甲城市	10.8	$m$
乙城市	11.0	11.5

根据以上信息，回答下列问题：

- (1)写出表中 $m$ 的值；
- (2)在甲城市抽取的邮政企业中，记4月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为 $p_1$ . 在乙城市抽取的邮政企业中，记4月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为 $p_2$ . 比较 $p_1$ ,  $p_2$ 的大小，并说明理由；
- (3)若乙城市共有200家邮政企业，估计乙城市的邮政企业4月份的总收入(直接写出结果).

26. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $(1, m)$ 和点 $(3, n)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx(a>0)$ 上.

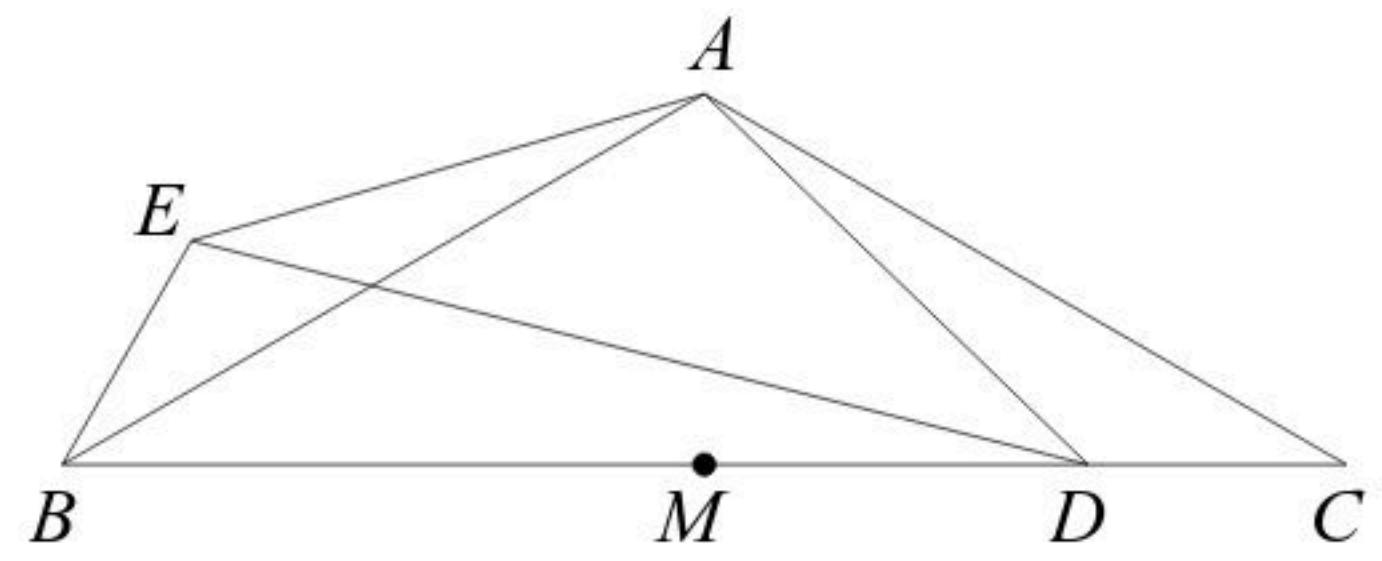
- (1)若 $m=3$ ,  $n=15$ ，求该抛物线的对称轴；
- (2)已知点 $(-1, y_1)$ 、 $(2, y_2)$ 、 $(4, y_3)$ 在该抛物线上. 若 $mn<0$ ，比较 $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$ 的大小，并说明理由.

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ,  $\angle BAC=\alpha$ ,  $M$ 为 $BC$ 的中点，点 $D$ 在 $MC$ 上，以点 $A$ 为中心，将线段 $AD$ 顺时针旋转 $\alpha$ 得到线段 $AE$ ，连接 $BE$ ,  $DE$ .



扫码查看解析

- (1) 比较 $\angle BAE$ 与 $\angle CAD$ 的大小；用等式表示线段 $BE$ ,  $BM$ ,  $MD$ 之间的数量关系，并证明；  
(2) 过点 $M$ 作 $AB$ 的垂线，交 $DE$ 于点 $N$ ，用等式表示线段 $NE$ 与 $ND$ 的数量关系，并证明。



28. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中， $\odot O$ 的半径为1。对于点 $A$ 和线段 $BC$ ，给出如下定义：若将线段 $BC$ 绕点 $A$ 旋转可以得到 $\odot O$ 的弦 $B'C'$ ( $B'$ ,  $C'$ 分别是 $B$ ,  $C$ 的对应点)，则称线段 $BC$ 是 $\odot O$ 的以点 $A$ 为中心的“关联线段”。

- (1) 如图，点 $A$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $B_2$ ,  $C_2$ ,  $B_3$ ,  $C_3$ 的横、纵坐标都是整数。在线段 $B_1C_1$ ,  $B_2C_2$ ,  $B_3C_3$ 中， $\odot O$ 的以点 $A$ 为中心的“关联线段”是\_\_\_\_\_；  
(2)  $\triangle ABC$ 是边长为1的等边三角形，点 $A(0, t)$ ，其中 $t \neq 0$ 。若 $BC$ 是 $\odot O$ 的以点 $A$ 为中心的“关联线段”，求 $t$ 的值；  
(3) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=1$ ,  $AC=2$ 。若 $BC$ 是 $\odot O$ 的以点 $A$ 为中心的“关联线段”，直接写出 $OA$ 的最小值和最大值，以及相应的 $BC$ 长。

