



扫码查看解析

# 2020-2021学年北京市海淀区清华附中创新班七年级 (下) 期末试卷

## 数 学

注：满分为120分。

### 一、选择题（共20分，每题2分，每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）

1. 下列图形均表示医疗或救援的标识，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是( )



医疗废物



B.

中国红十字会



C.

医疗卫生服务机构



D.

国际急救

2. 若关于 $x$ 的不等式组  $\begin{cases} x \leq 6 \\ x > -8 \end{cases}$  无解，则 $a$ 的取值范围是( )

A.  $a \geq 6$

B.  $-8 < a \leq 6$

C.  $a > 6$

D.  $a \leq -8$  或  $a \geq 6$

3. 下列运算正确的是( )

A.  $(-x^3)^2 = x^6$

B.  $\sqrt{(-x)^2} = x$

C.  $(-x)^2 + x = x^3$

D.  $(-1+x)^2 = x^2 - 2x$

4. 某工厂现在平均每天比原计划多生产50台机器，现在生产400台机器所需时间比原计划生产450台机器所需时间少1天，设现在平均每天生产 $x$ 台机器，则下列方程正确的是( )

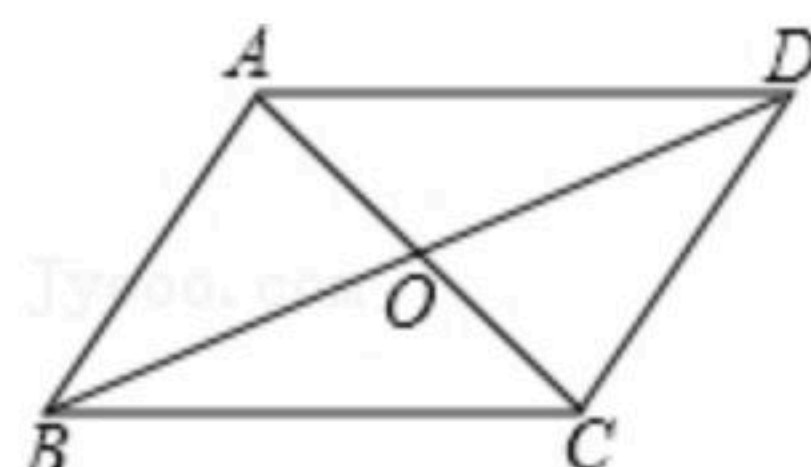
A.  $\frac{400}{x} - \frac{450}{x-50} = 1$

B.  $\frac{450}{x-50} - \frac{400}{x} = 1$

C.  $\frac{400}{x} - \frac{450}{x+1} = 50$

D.  $\frac{450}{x+1} - \frac{400}{x} = 50$

5. 如图所示，在 $\square ABCD$ 中，对角线 $AC$ 、 $BD$ 交于点 $O$ ，下列式子中一定成立的是( )



A.  $AC \perp BD$

B.  $OA = OC$

C.  $AC = BD$

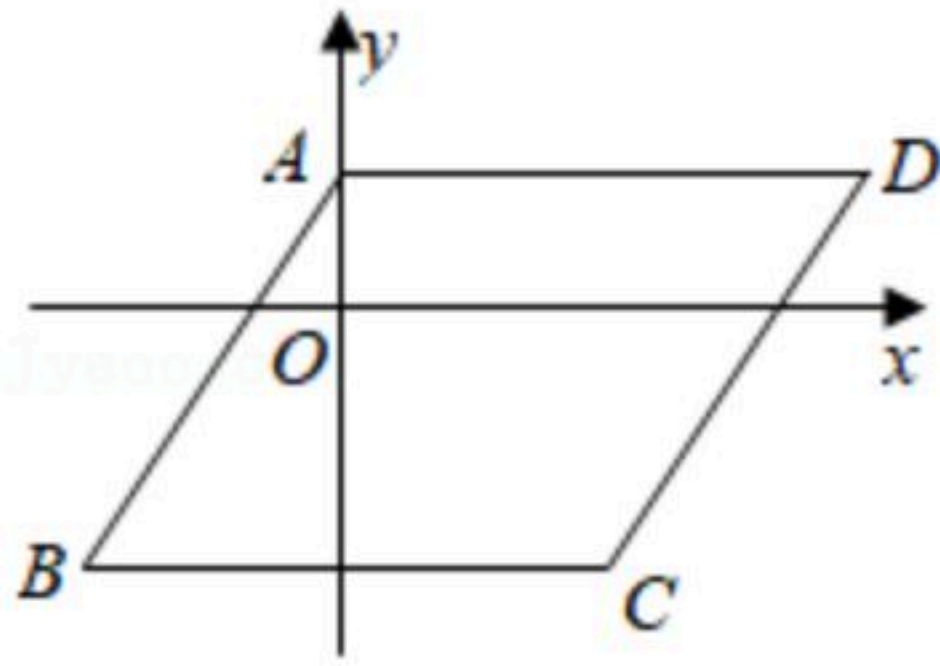
D.  $AO = OD$

6. 如图， $\square ABCD$ 的顶点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的坐标分别是 $(0, 1)$ 、 $(-2, -2)$ 、 $(2, -2)$ ，则顶点 $D$ 的坐标是( )



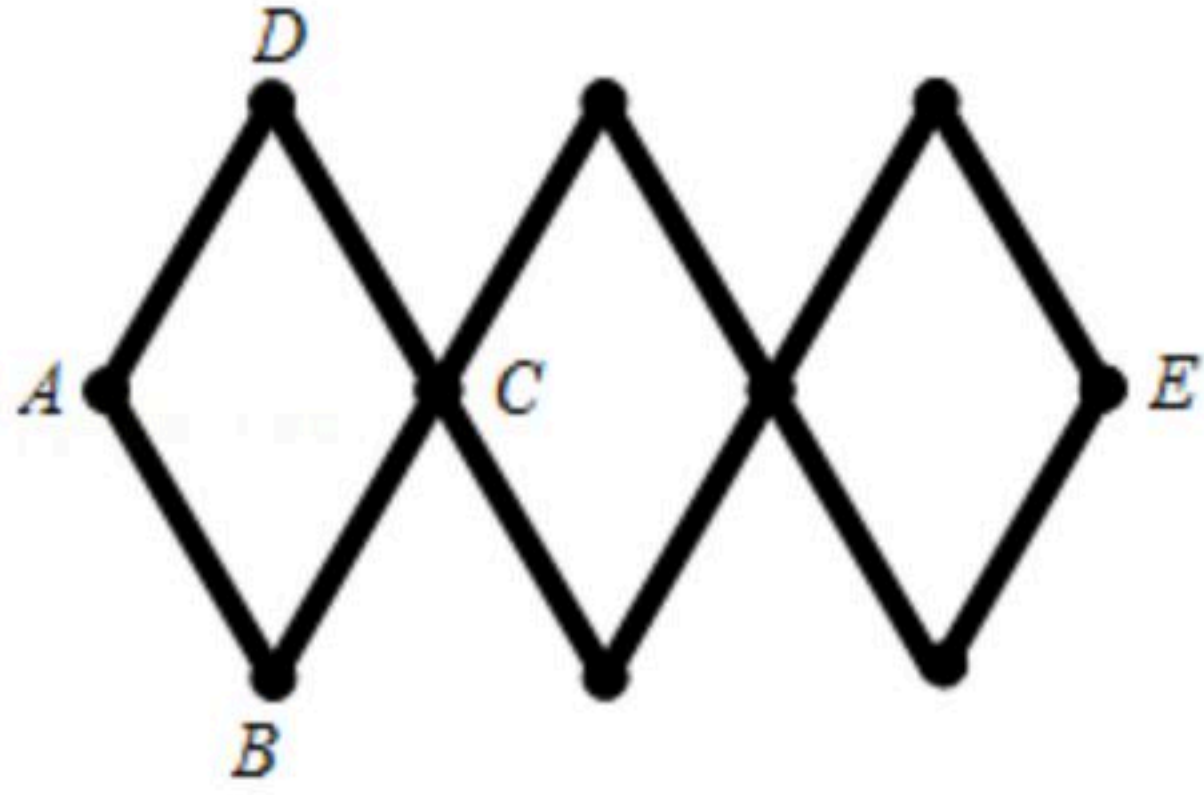


扫码查看解析



- A.  $(-4, 1)$       B.  $(4, -2)$       C.  $(4, 1)$       D.  $(2, 1)$

7. 如图所示的木制活动衣帽架是由三个全等的菱形构成，根据实际需要可以调节 $AE$ 间的距离。若 $AE$ 间的距离调节到 $60\text{cm}$ ，菱形的边长 $AB=20\text{cm}$ ，则 $\angle DAB$ 的度数是( )



- A.  $90^\circ$       B.  $100^\circ$       C.  $120^\circ$       D.  $150^\circ$

8. 如图1， $\square ABCD$ 中， $AD > AB$ ， $\angle ABC$ 为锐角。要在对角线 $BD$ 上找点 $N, M$ ，使四边形 $ANCM$ 为平行四边形，现有图2中的甲、乙、丙三种方案，则正确的方案( )

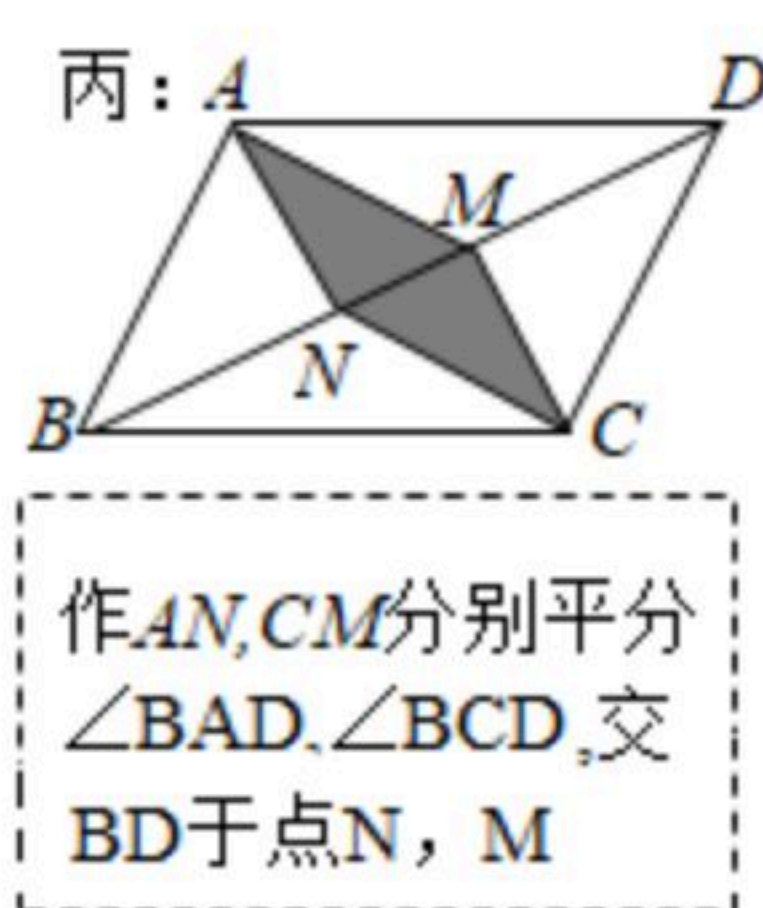
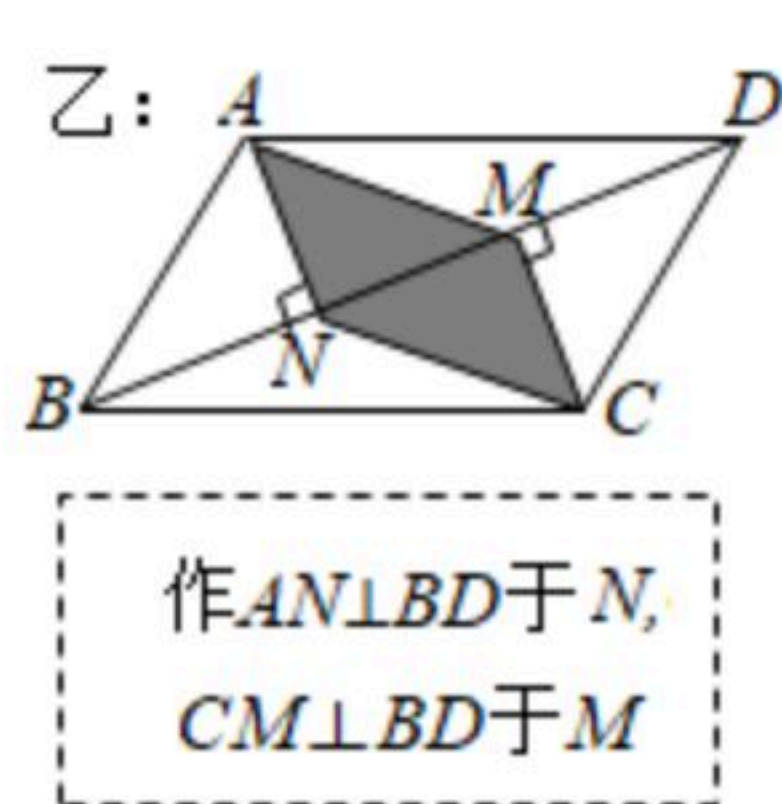
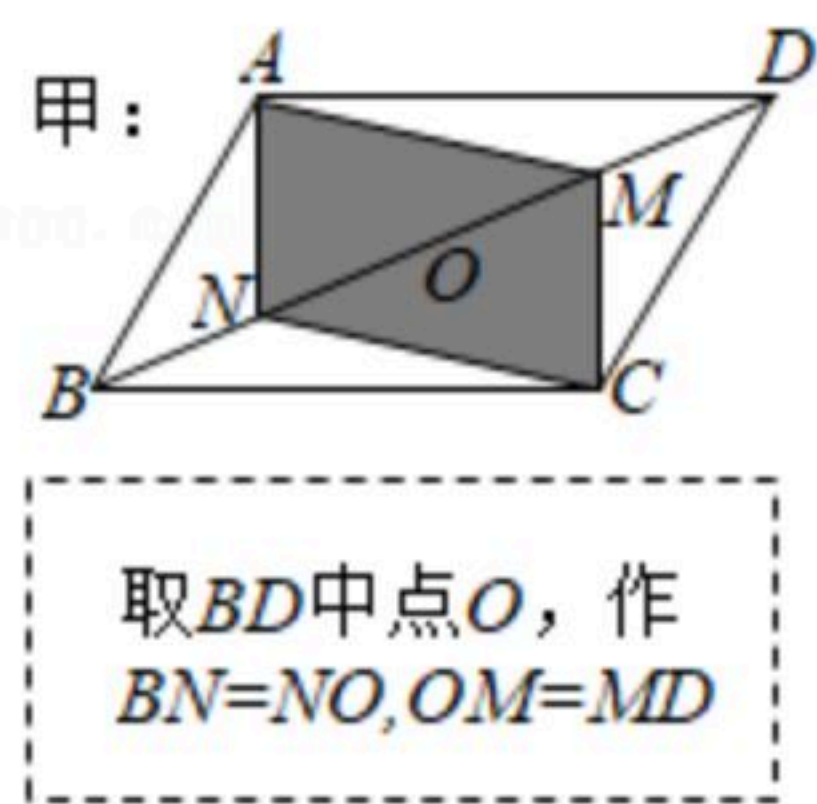
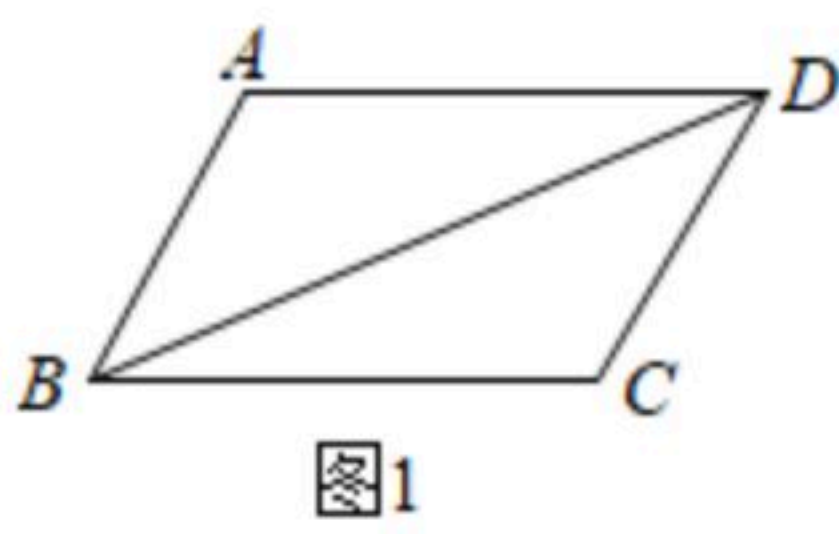
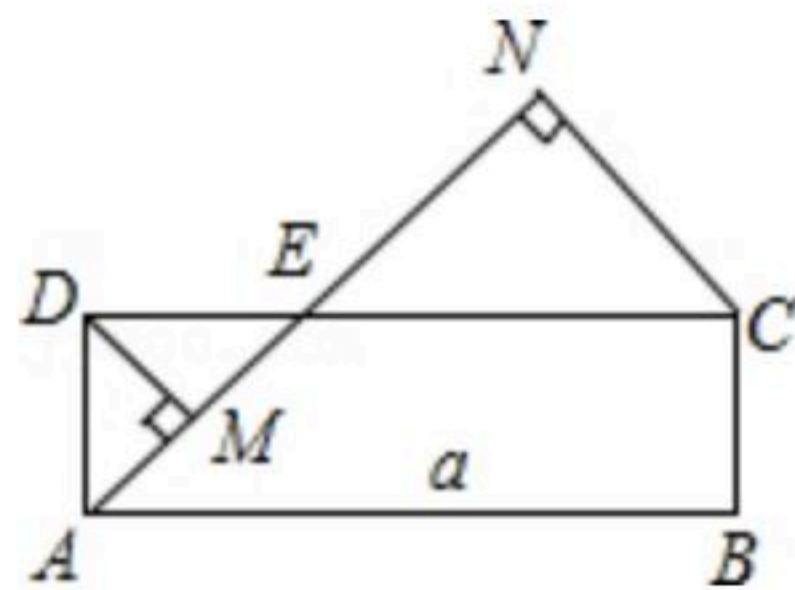


图2

- A. 甲、乙、丙都是      B. 只有甲、乙才是  
C. 只有甲、丙才是      D. 只有乙、丙才是

9. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB > AD$ ， $AB=a$ ， $AN$ 平分 $\angle DAB$ ， $DM \perp AN$ 于点 $M$ ， $CN \perp AN$ 于点 $N$ 。则 $DM+CN$ 的值为(用含 $a$ 的代数式表示)( )



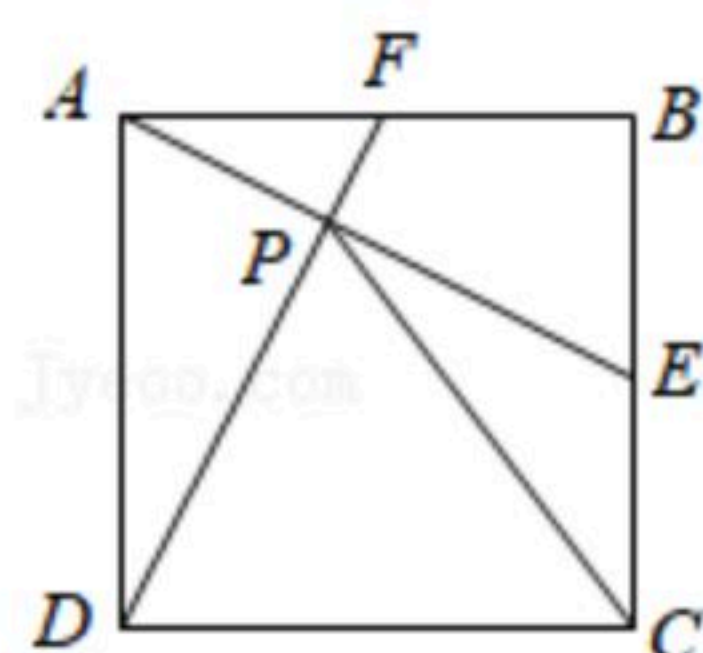
- A.  $a$       B.  $\frac{4}{5}a$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}a$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

10. 如图，已知 $F, E$ 分别是正方形 $ABCD$ 的边 $AB$ 与 $BC$ 的中点， $AE$ 与 $DF$ 交于 $P$ 。则下列结论成立的是( )





扫码查看解析



- A.  $BE = \frac{1}{2}AE$       B.  $PC = PD$       C.  $\angle EAF + \angle AFD = 90^\circ$       D.  $PE = EC$

## 二、填空题 (共16分, 每题2分)

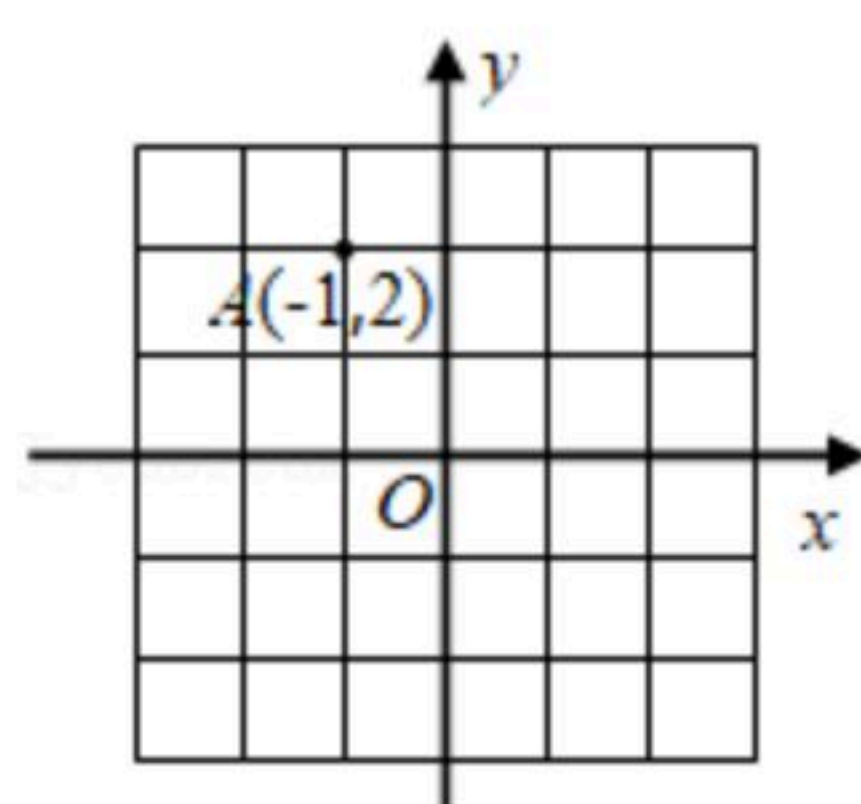
11. 16的算术平方根是 \_\_\_\_\_.

12. 要使式子  $\frac{5}{\sqrt{x-1}}$  有意义,  $x$ 的取值范围是 \_\_\_\_\_.

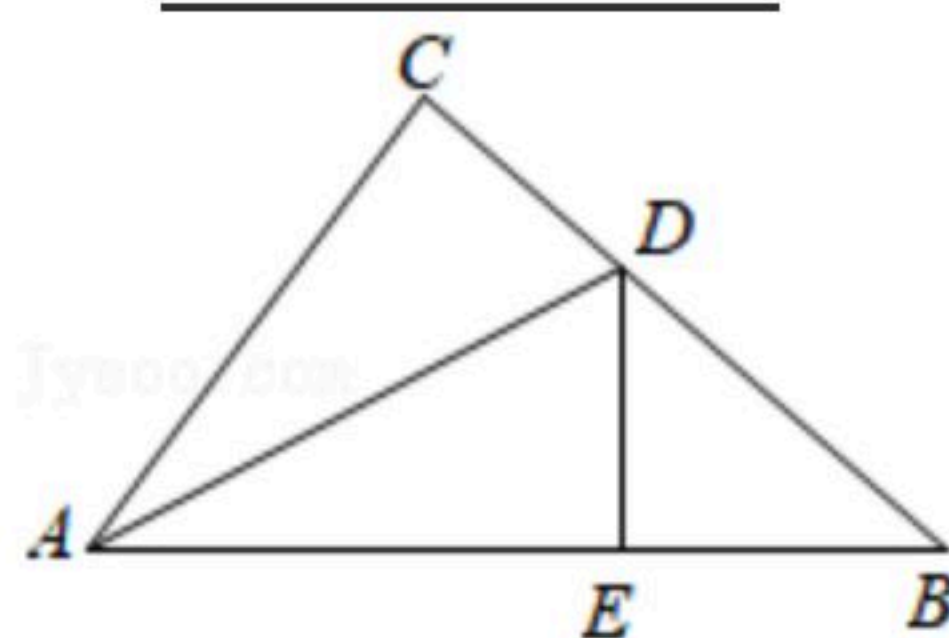
13. 比较大小:  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  \_\_\_\_\_  $\frac{1}{2}$  (填写 “>” 或 “<” 或 “=”).

14. 方程  $\frac{2}{x-3} = \frac{1}{x}$  的解为  $x =$  \_\_\_\_\_.

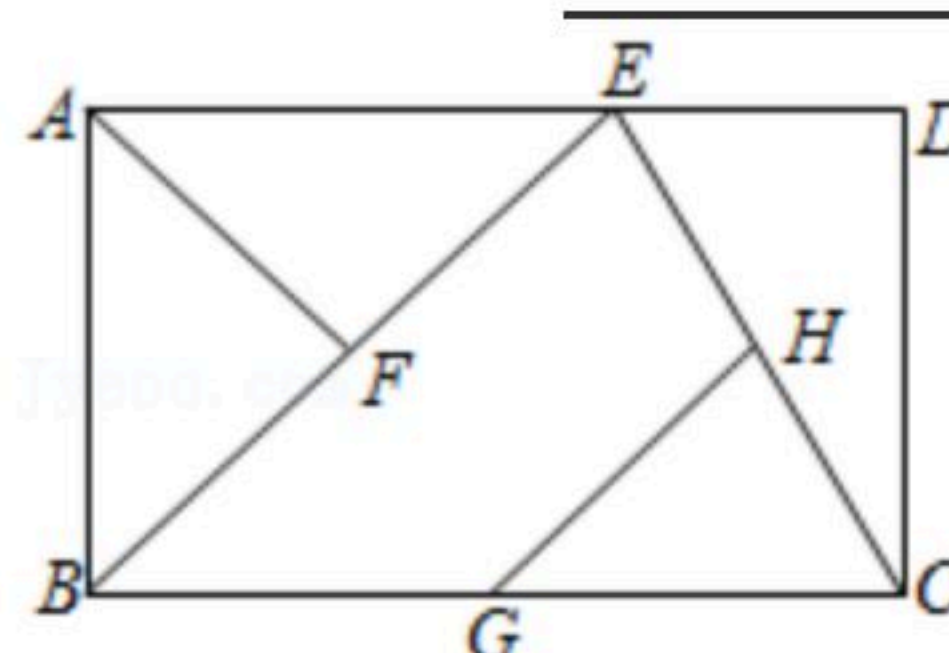
15. 如图, 在平面直角坐标系中, 将点  $A(-1, 2)$  向右平移2个单位长度得到点  $B$ , 则点  $B$  关于  $x$  轴的对称点  $C$  的坐标是 \_\_\_\_\_.



16. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle CAB$ ,  $DE \perp AB$  于  $E$ , 若  $CD = 3$ ,  $BD = 5$ , 则  $BE$  的长为 \_\_\_\_\_.



17. 如图, 点  $E$  是矩形  $ABCD$  边  $AD$  上一点, 点  $F, G, H$  分别是  $BE, BC, CE$  的中点,  $AF = 3$ , 则  $GH$  的长为 \_\_\_\_\_.

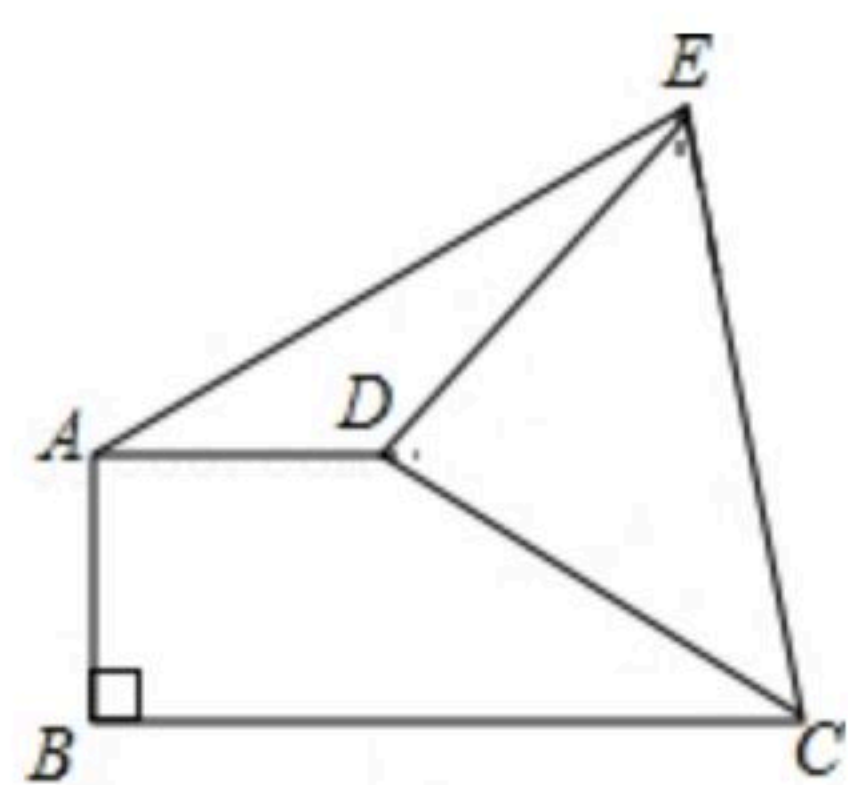


18. 如图, 直角梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $AD = 2$ , 将腰  $CD$  以  $D$  为中心逆时针旋转  $90^\circ$  至  $DE$ , 连接  $AE, CE$ ,  $\triangle ADE$  的面积为3, 则  $BC$  的长为 \_\_\_\_\_.





扫码查看解析



三、解答题 (共64分, 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程)

19. 代数计算:

(1) 求值:  $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{12} - \sqrt{3}$ ;

(2) 求值:  $9^2 + |1 - \sqrt{2}| - 2^{-1} \times \sqrt{8}$ ;

(3) 化简:  $(1 - \frac{1}{x}) \div \frac{2x-2}{x^2}$ ;

(4) 化简:  $\frac{1}{x} + \frac{2x+6}{x^2-4x+4} \cdot \frac{x-2}{x^2+3x}$ ;

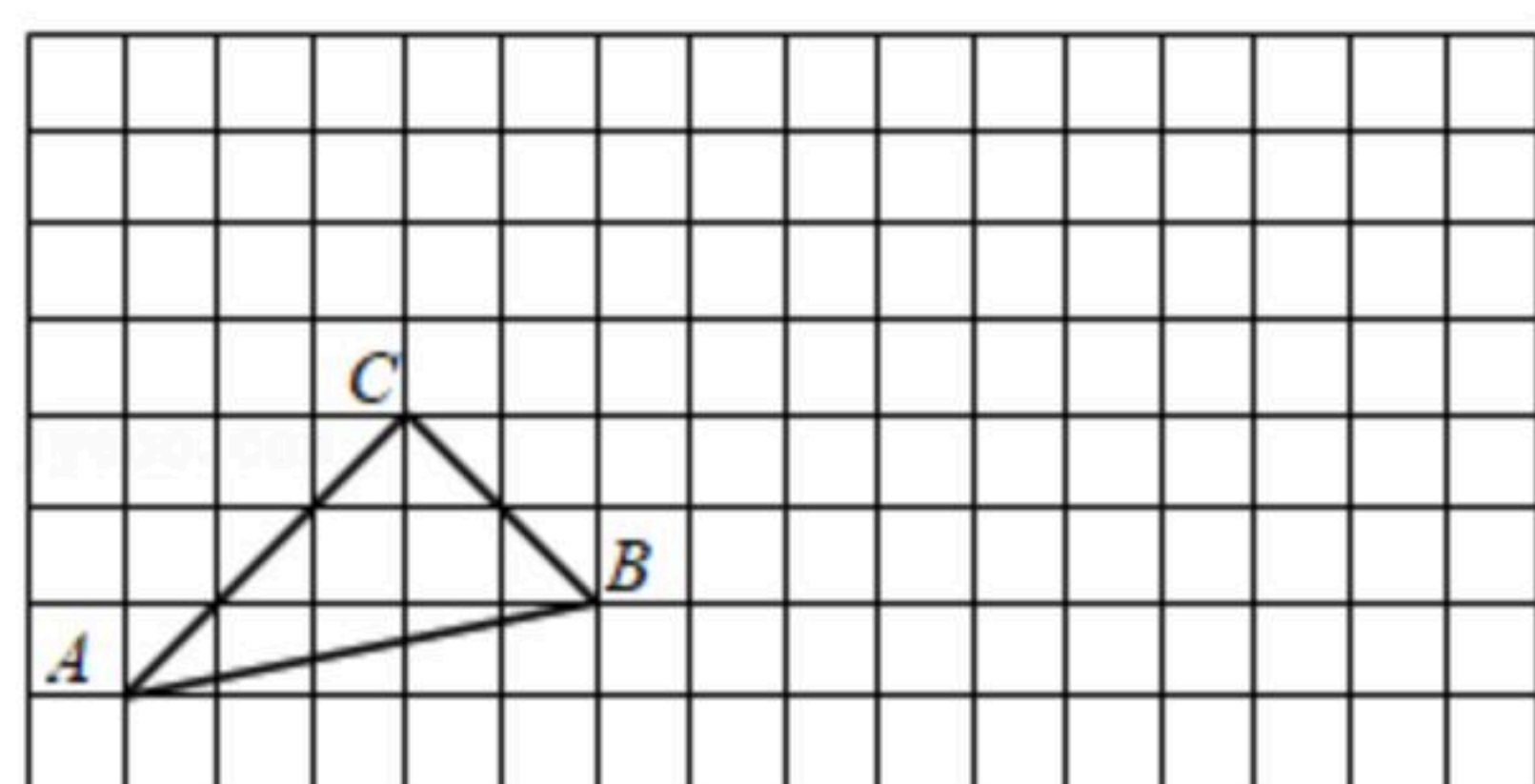
(5) 求解:  $\begin{cases} 4x-5 > x+1 \\ \frac{3x-4}{2} < x \end{cases}$ ;

(6) 求解:  $\frac{x-1}{x+1} - \frac{3}{x^2-1} = 1$ .

20. 在图中, 先把 $\triangle ABC$ 向右平移4个方格, 再绕点B的对应点顺时针方向旋转 $90^\circ$ 得到 $\triangle A_1B_1C_1$ .

(1) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ , 并标明三个顶点的字母;

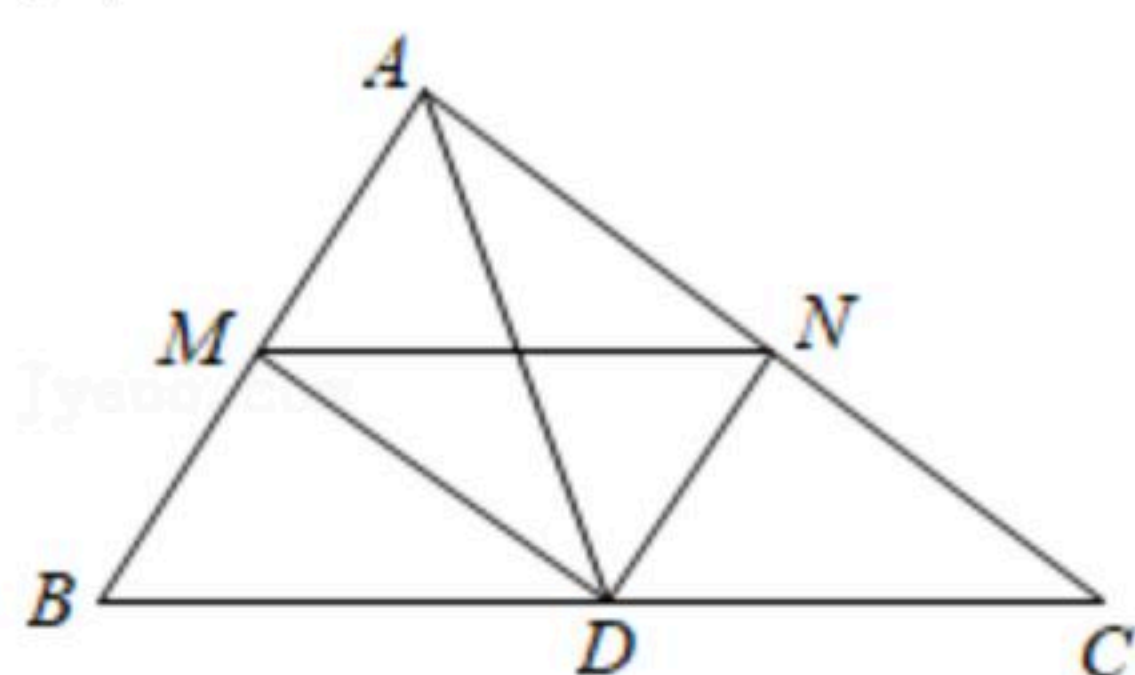
(2) 能否把两次变换合成一种变换, 如果能, 请说出变换过程(可适当在图形中标记); 如果不能, 说明理由.



21. 在 $\triangle ABC$ 中, D为BC边中点, DM, ND分别是 $\angle ADB$ ,  $\angle ADC$ 的角平分线.

(1) 请比较MN与BM+CN的大小关系, 并证明;

(2) 当 $\angle BAC=90^\circ$ 时,  $BM=2$ ,  $CN=\sqrt{5}$ , 求MN的长度.





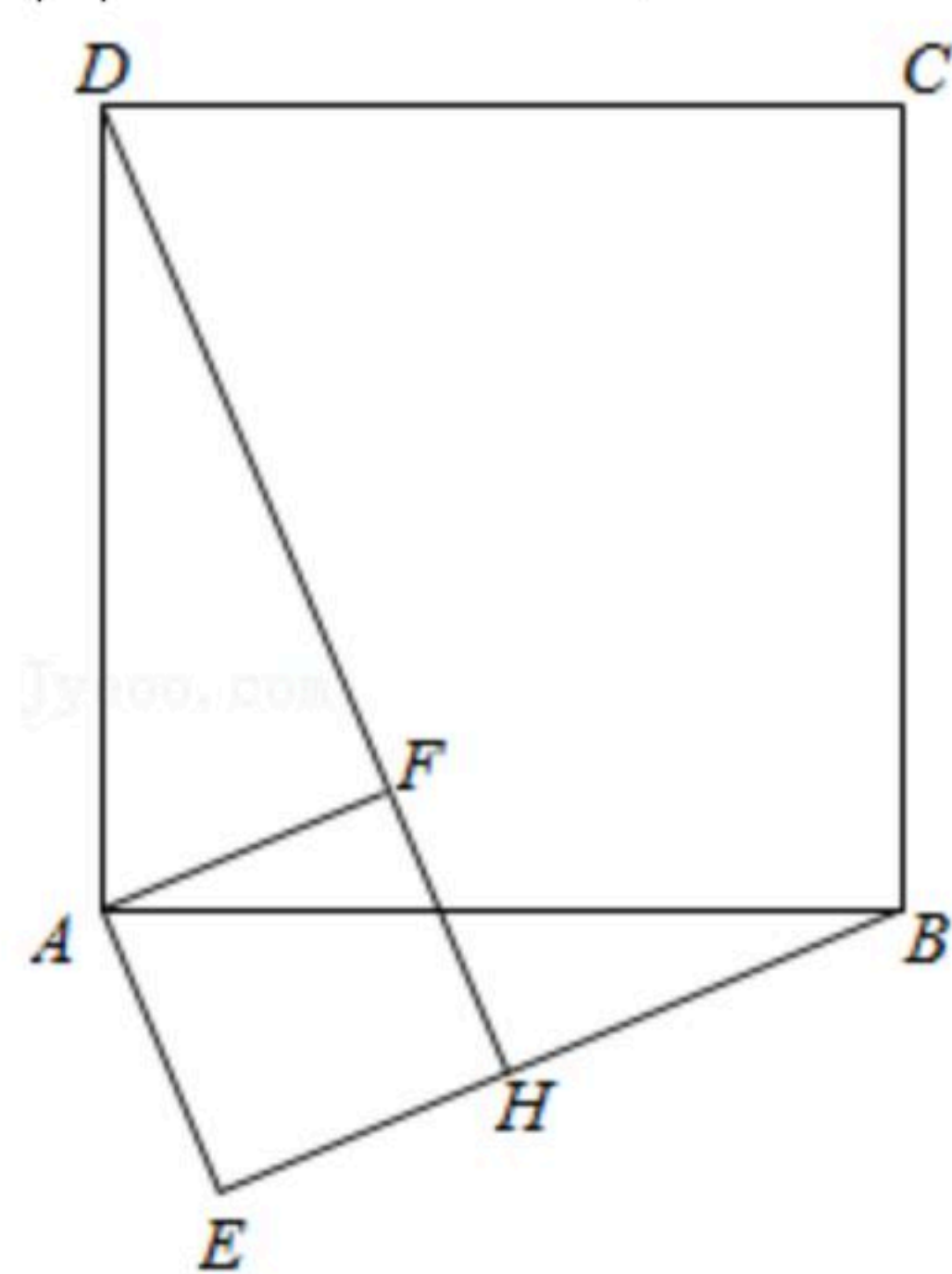


扫码查看解析

22. 如图, 点 $E$ 为正方形 $ABCD$ 外一点,  $\angle AEB=90^\circ$ , 将 $Rt\triangle ABE$ 绕 $A$ 点逆时针方向旋转 $90^\circ$ 得到 $\triangle ADF$ ,  $DF$ 的延长线交 $BE$ 于 $H$ 点.

(1) 试判定四边形 $AFHE$ 的形状, 并说明理由;

(2) 已知 $BH=7$ ,  $BC=13$ , 求 $DH$ 的长.

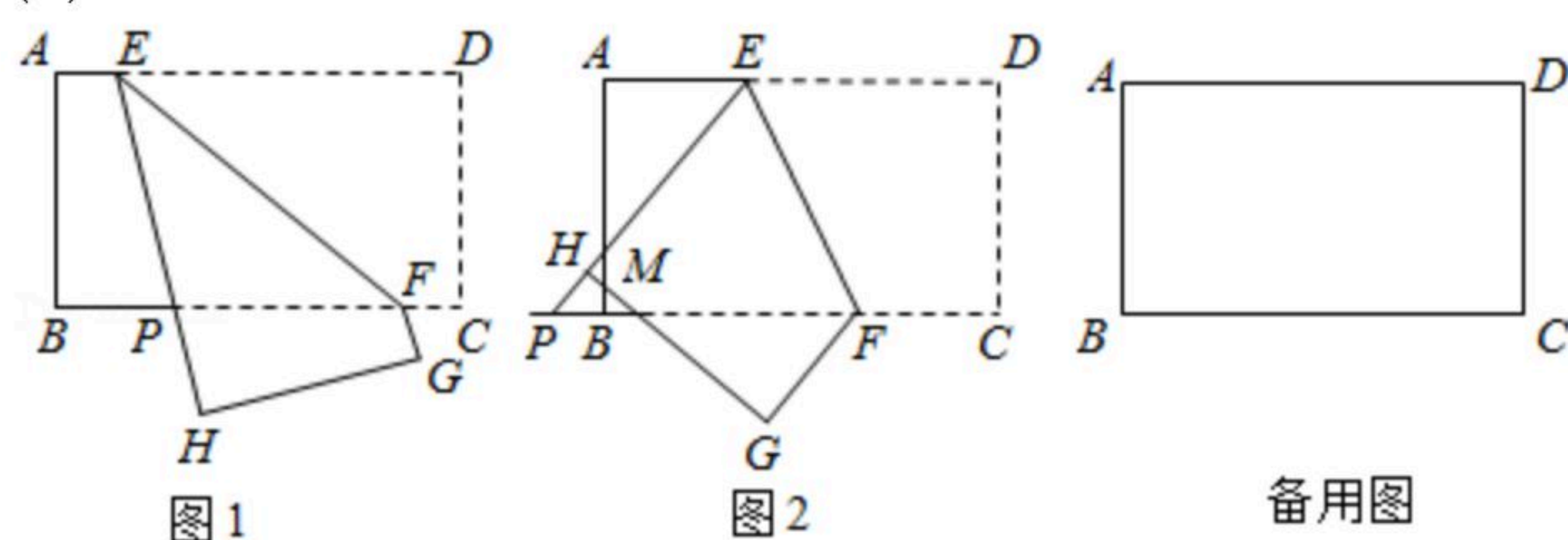


23. 在矩形 $ABCD$ 中,  $BC=\sqrt{3}CD$ , 点 $E$ 、 $F$ 分别是边 $AD$ 、 $BC$ 上的动点, 且 $AE=CF$ , 连接 $EF$ , 将矩形 $ABCD$ 沿 $EF$ 折叠, 点 $C$ 落在点 $G$ 处, 点 $D$ 落在点 $H$ 处.

(1) 如图1, 当 $EH$ 与线段 $BC$ 交于点 $P$ 时, 求证:  $PE=PF$ ;

(2) 如图2, 当点 $P$ 在线段 $CB$ 的延长线上时,  $GH$ 交 $AB$ 于点 $M$ , 求证: 点 $M$ 在线段 $EF$ 的垂直平分线上;

(3) 当 $AB=5$ 时, 在点 $E$ 由点 $A$ 移动到 $AD$ 中点的过程中, 计算出点 $G$ 运动的路线长.



#### 四、附加题 (共20分)

24. 若一个正整数 $m$ 能表示为两个正整数 $a$ ,  $b$ 的平方和, 则称 $m$ 为“方和数”.

(1) 100 \_\_\_\_\_ “方和数”, 110 \_\_\_\_\_ “方和数”; (填写“是”或“不是”)

(2) 以下两个判断, 正确选项的序号是 \_\_\_\_\_.

① 两个“方和数”的和是“方和数”;

② 两个“方和数”的积是“方和数”.

25. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 点 $P(x, y)$ 到 $x$ 轴、 $y$ 轴的垂线段 $PM$ ,  $PN$ 与坐标轴围成矩形 $OMPN$ , 当这个矩形的周长数值(即不含长度单位)是面积数值(即不含面积单位)的2倍





扫码查看解析

时，称点 $P$ 是“幸福点”，矩形称为“幸福矩形”。

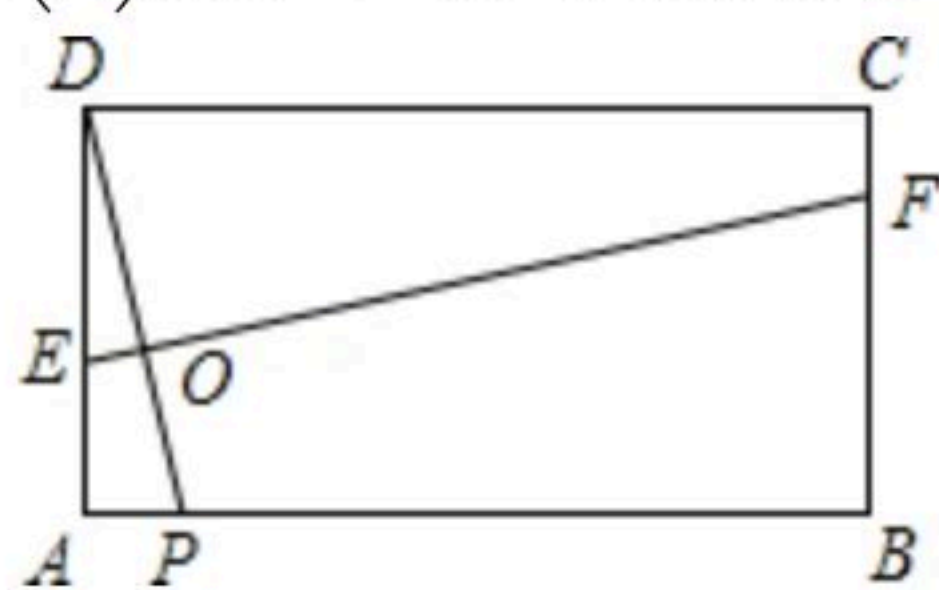
(1)点 $P_1(1, 2)$ ,  $P_2(2, -2)$ ,  $P_3(\frac{1}{2}, -1)$ 中，是“幸福点”的点为 \_\_\_\_\_；

(2)若“幸福矩形”的面积是 $\frac{16}{3}$ ，且“幸福点”位于第二象限，请写出满足条件的“幸福点”的坐标：\_\_\_\_\_。

26. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $AD=1$ ，点 $P$ 在线段 $AB$ 上运动，设 $AP=x$ ，将纸片折叠，使点 $D$ 与点 $P$ 重合，得折痕 $EF$ (点 $E$ ,  $F$ 为折痕与矩形边的交点)，再将纸片还原。

(1)当 $x=0$ 时，折痕 $EF$ 的长为 \_\_\_\_\_；

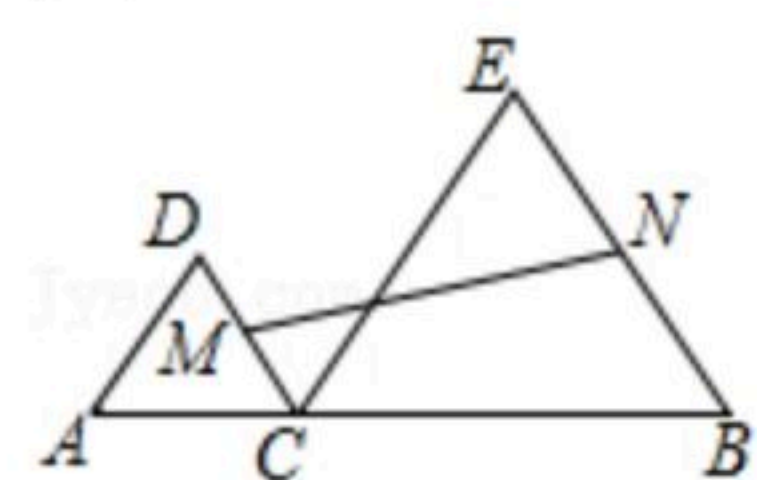
(2)使四边形 $EPFD$ 为菱形的 $x$ 的取值范围是 \_\_\_\_\_。



27. 如图， $C$ 是线段 $AB$ 上一个动点，且 $\triangle ACD$ ， $\triangle BCE$ 都是等边三角形， $M$ ， $N$ 分别是 $CD$ ， $BE$ 的中点， $AB=4$ ，设 $AC=x$ 。

(1) $BN=$  \_\_\_\_\_ (用含 $x$ 的代数式表示)；

(2)线段 $MN$ 的最小值为 \_\_\_\_\_。



28. 在等边 $\triangle ABC$ 中， $AB=6$ ， $BD \perp AC$ ，垂足为 $D$ ，点 $E$ 为 $AB$ 边上一点，点 $F$ 为直线 $BD$ 上一点，连接 $EF$ ，将线段 $EF$ 绕点 $E$ 逆时针旋转 $60^\circ$ 得到线段 $EG$ ，连结 $FG$ 。

①如图1，当点 $E$ 与点 $B$ 重合，且 $GF$ 的延长线过点 $C$ 时，连接 $DG$ ，则线段 $DG$ 的长为 \_\_\_\_\_；

②如图2，点 $E$ 不与点 $A$ ， $B$ 重合， $GF$ 延长线交 $BC$ 边于点 $H$ ，连接 $EH$ ，则 $\frac{BE+BH}{BF}$  = \_\_\_\_\_。

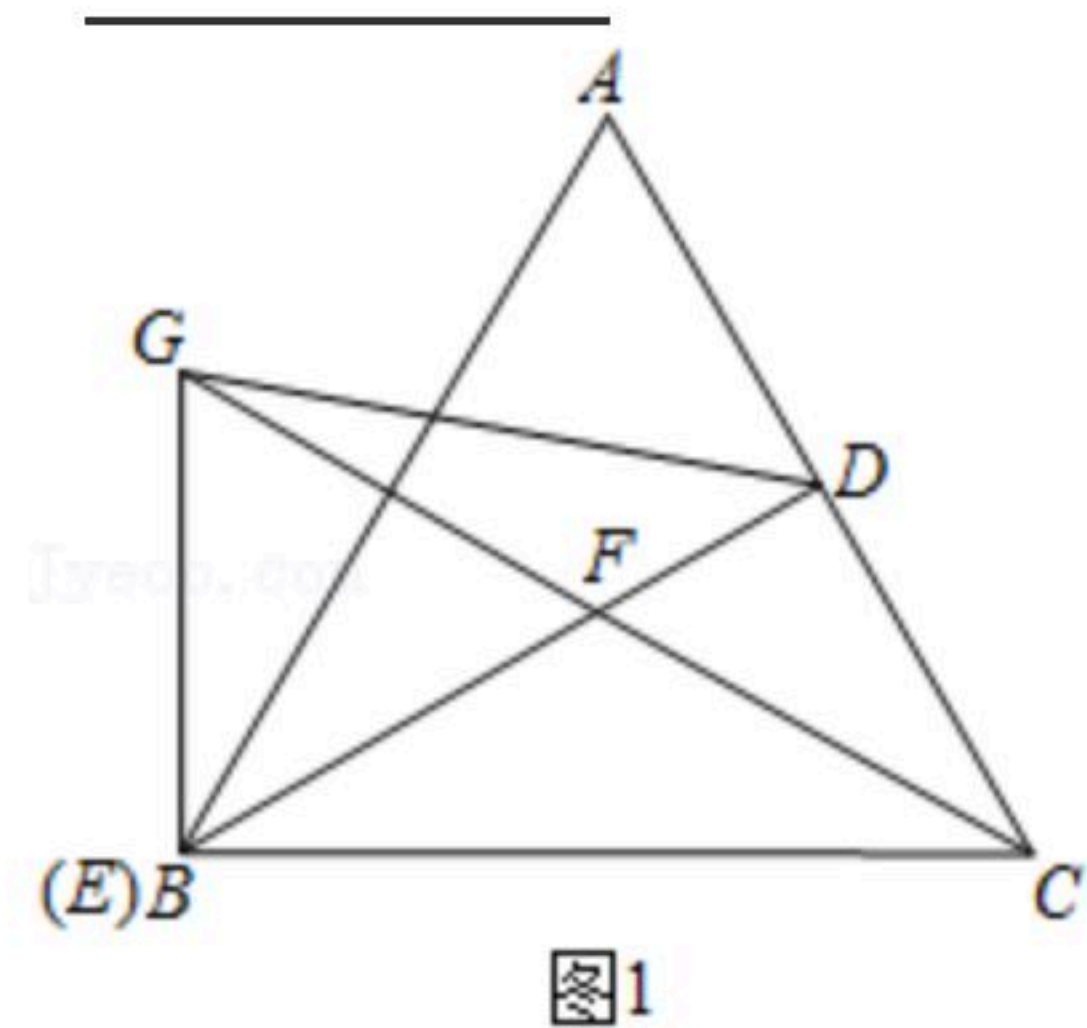


图1

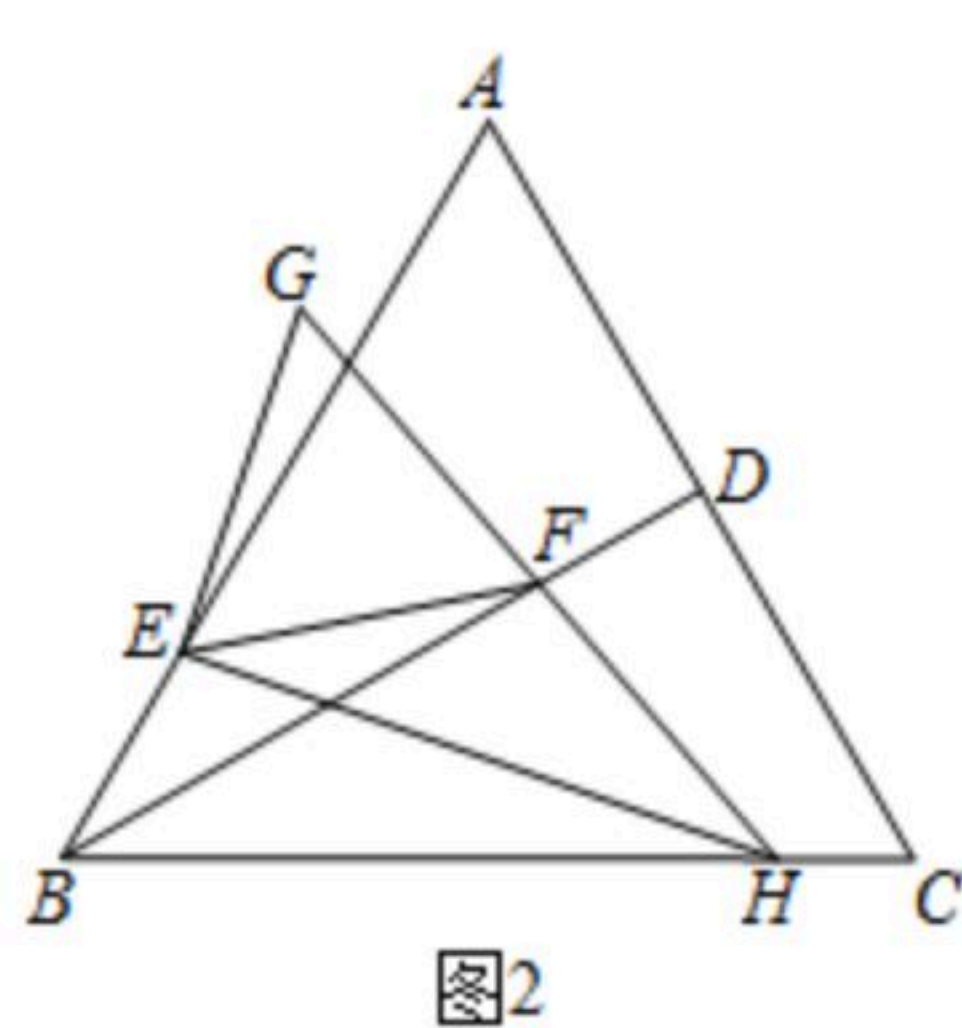


图2