



扫码查看解析

# 2019-2020学年山东省青岛市四区联考九年级（上）期中试卷

## 数 学

注：满分为120分。

一、选择题（本大题共8小题，每小题3分，共24分）在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 一元二次方程 $x^2=2x$ 的根是( )
- A.  $x=2$                       B.  $x=0$                       C.  $x_1=0, x_2=2$                       D.  $x_1=0, x_2=-2$

2. 下列说法中，错误的是( )
- A. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形
- B. 两条对角线互相垂直且平分的四边形是菱形
- C. 对角线相等的平行四边形是矩形
- D. 有一组邻边相等的菱形是正方形

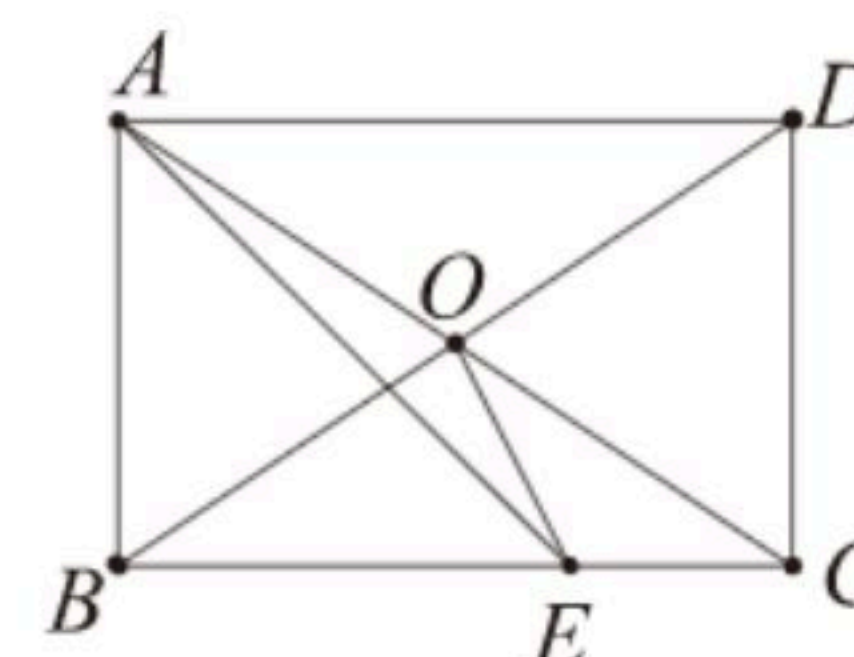
3. 一元二次方程 $x^2-x-1=0$ 的根的情况为( )
- A. 有两个不相等的实数根                      B. 有两个相等的实数根
- C. 只有一个实数根                      D. 没有实数根

4. 用图中两个可自由转动的转盘做“配紫色”游戏：分别旋转两个转盘，若其中一个转出红色，另一个转出蓝色即可配成紫色，那么可配成紫色的概率是( )



- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{3}{4}$

5. 如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 $AC$ 、 $BD$ 相交于点 $O$ ， $AE$ 平分 $\angle BAD$ 交 $BC$ 于点 $E$ ， $\angle CAE=15^\circ$ ，则 $\angle AOE$ 的度数为( )



- A.  $120^\circ$                       B.  $135^\circ$                       C.  $145^\circ$                       D.  $150^\circ$

6. 根据表格中的数据，估计一元二次方程 $ax^2+bx+c=6$  ( $a, b, c$ 为常数， $a \neq 0$ )一个解 $x$ 的范围为( )

$x$	0.5	1	1.5	2	3
$ax^2+bx+c$	28	18	10	4	-2

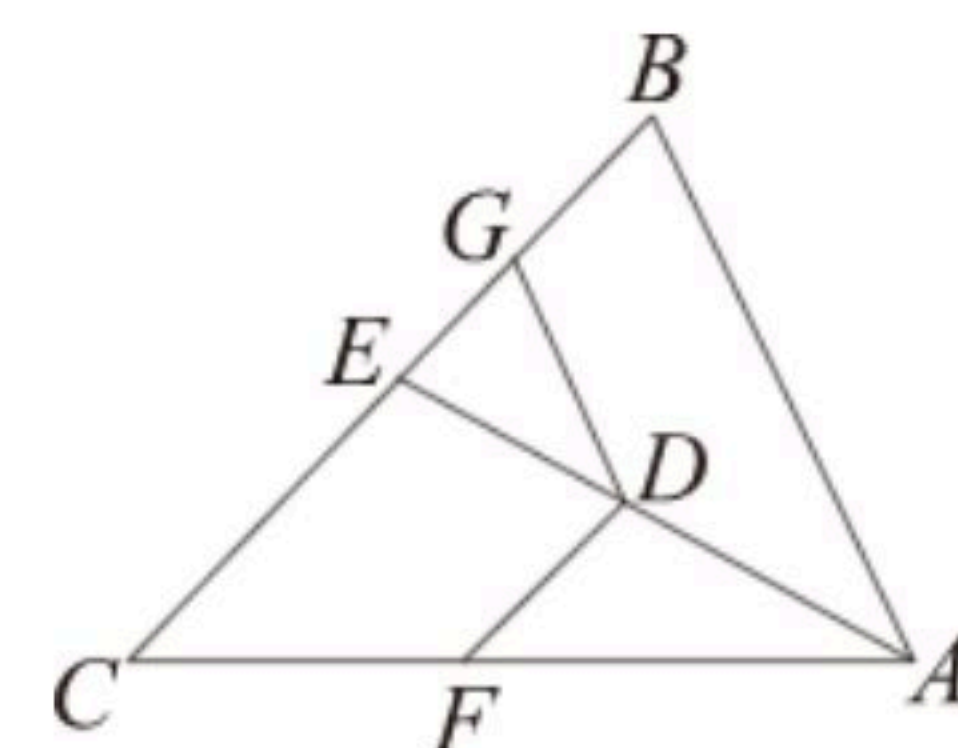
- A.  $0.5 < x < 1$                       B.  $1 < x < 1.5$                       C.  $1.5 < x < 2$                       D.  $2 < x < 3$





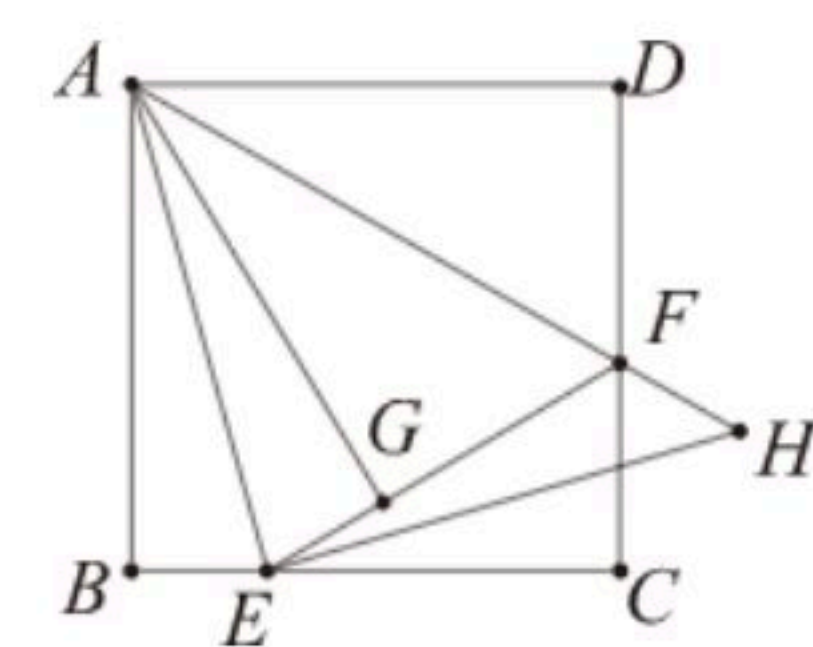
扫码查看解析

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 $E$ 在 $BC$ 边上，连接 $AE$ ，点 $D$ 在线段 $AE$ 上， $GD \parallel BA$ ，且交 $BC$ 于点 $G$ ， $DF \parallel BC$ ，且交 $AC$ 于点 $F$ ，则下列结论一定正确的是( )



- A.  $\frac{AD}{DE} = \frac{BG}{BE}$
- B.  $\frac{AD}{DE} = \frac{DF}{CE}$
- C.  $\frac{AF}{AC} = \frac{BG}{BE}$
- D.  $\frac{DG}{AB} = \frac{CF}{AF}$

8. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为3， $E$ 是边 $BC$ 上一点， $BE=1$ ，将 $\triangle ABE$ 、 $\triangle ADF$ 分别沿折痕 $AE$ 、 $AF$ 向内折叠，点 $B$ 、 $D$ 在点 $G$ 处重合，过点 $E$ 作 $EH \perp AE$ ，交 $AF$ 的延长线于 $H$ 。则下列结论正确的有( )



① $\triangle ADF \sim \triangle ECF$ ;

② $\triangle AEH$ 为等腰直角三角形;

③点 $F$ 是 $CD$ 的中点;

④ $FH = \frac{\sqrt{5}}{2}$ .

- A. 1个
- B. 2个
- C. 3个
- D. 4个

### 二、填空题(本大题共6小题，每小题3分，共18分)

9. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ，则 $\frac{2x-y}{x} =$  \_\_\_\_\_.

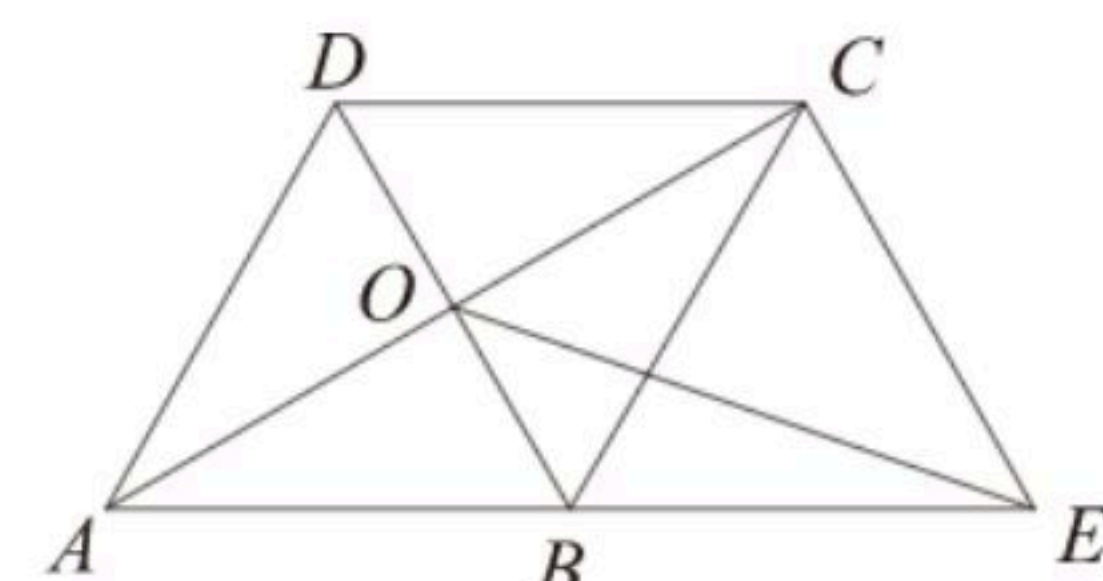
10. 一个不透明的口袋里装有除颜色外都相同的5个红球和若干个白球，再往该口袋中放入5个相同的白球，摇匀后从中随机摸出一个球，若摸到白球的概率为 $\frac{3}{4}$ ，则口袋中原来有 \_\_\_\_\_ 个白球.

11. 某校去年对实验器材的投资为20万元，预计今后两年的投资总额为75万元，若设该校今后两年在实验器材投资上的平均增长率是 $x$ ，则根据题意可列方程为 \_\_\_\_\_.

12. 现有大小相同的正方形纸片20张，小亮用其中2张拼成一个如图所示的长方形，小芳也想拼一个与它形状相同但比它大的长方形，则她至少要用 \_\_\_\_\_ 张正方形纸片(不得把每个正方形纸片剪开).



13. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=2$ ， $\angle DAB=60^\circ$ ，对角线 $AC$ ， $BD$ 相交于点 $O$ ，过点 $C$ 作 $CE \parallel BD$ 交 $AB$ 的延长线于点 $E$ ，连接 $OE$ ，则 $OE$ 长为 \_\_\_\_\_.



14. 我们知道，一元二次方程 $x^2 = -1$ 没有实数根，即不存在一个实数的平方等于-1. 若我们规定一个新数 $i$ ，使其满足 $i^2 = -1$ (即方程 $x^2 = -1$ 的一个根为 $i$ )，并且进一步规定：一切实数





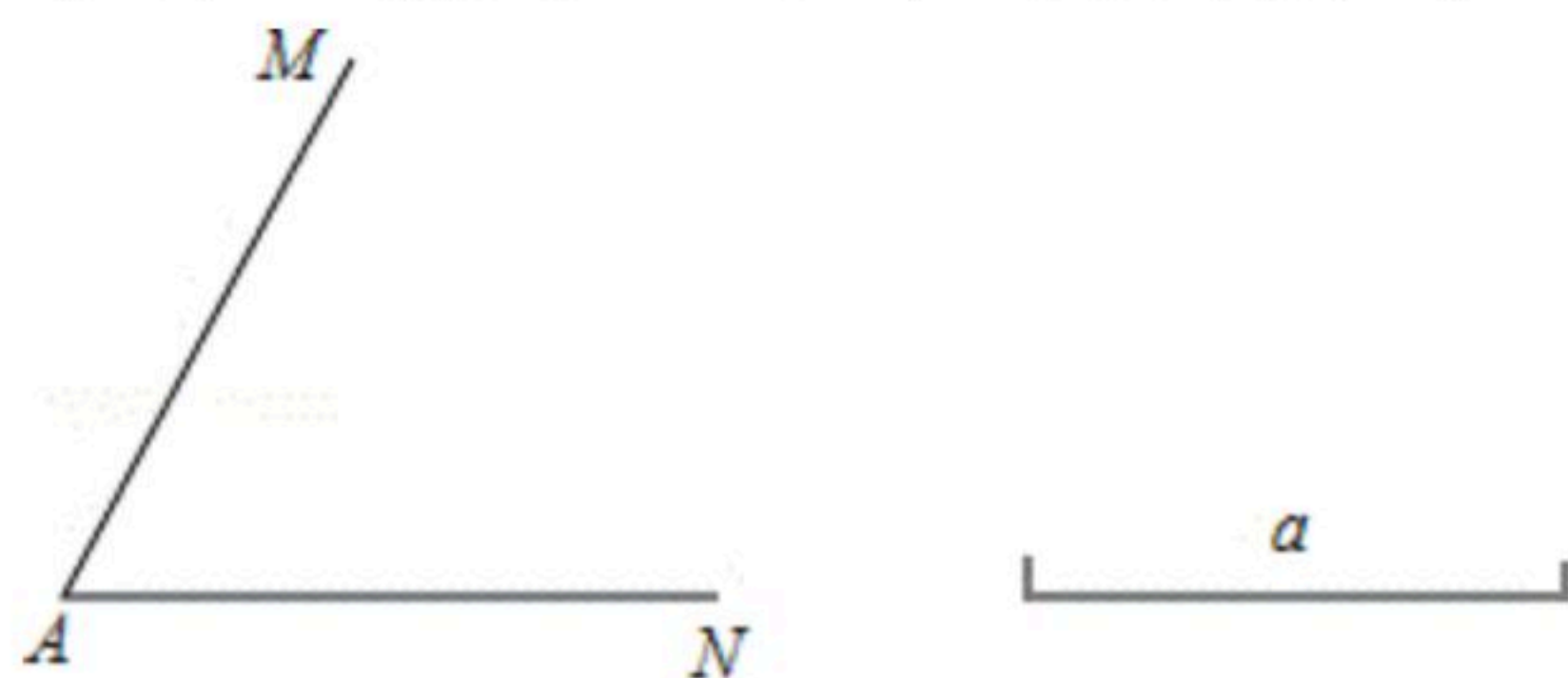
扫码查看解析

可以与新数进行四则运算，且原有的运算法则仍然成立，于是有 $i^1=i$ ， $i^2=-1$ ， $i^3=i^2 \cdot i(-1) \cdot i=-i$ ， $i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1$ ，从而对任意正整数 $n$ ，我们可得到 $i^{4n+1}=i^{4n} \cdot i=(i^4)^n \cdot i=i$ ，同理可得 $i^{4n+2}=-1$ ， $i^{4n+3}=-i$ ， $i^{4n}=1$ ，那么 $i+i^2+i^3+i^4+\dots+i^{2019}+i^{2020}$ 的值为\_\_\_\_\_。

**三、作图题（本大题满分4分）** 请用直尺、圆规作图，不写作法，但要保留作图痕迹

15. 已知： $\angle MAN$ 和线段 $a$ 。

求作：菱形 $ABCD$ ，使顶点 $B, D$ 分别在射线 $AM, AN$ 上，且对角线 $AC=a$ 。



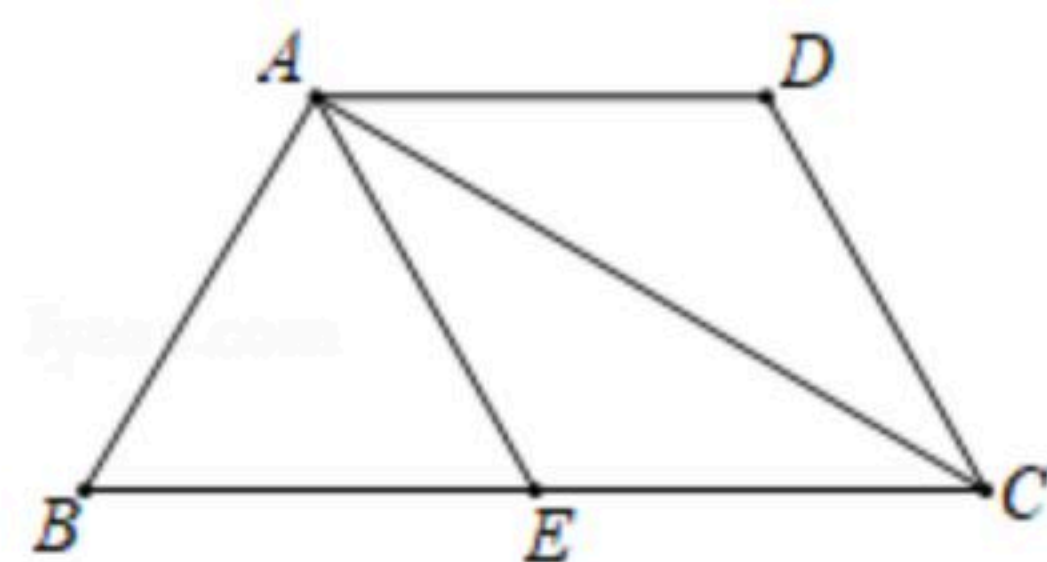
**四、解答题（本大题共9小题，共74分）**

16. 解方程：

(1)  $2x^2-4x+1=0$ (配方法)

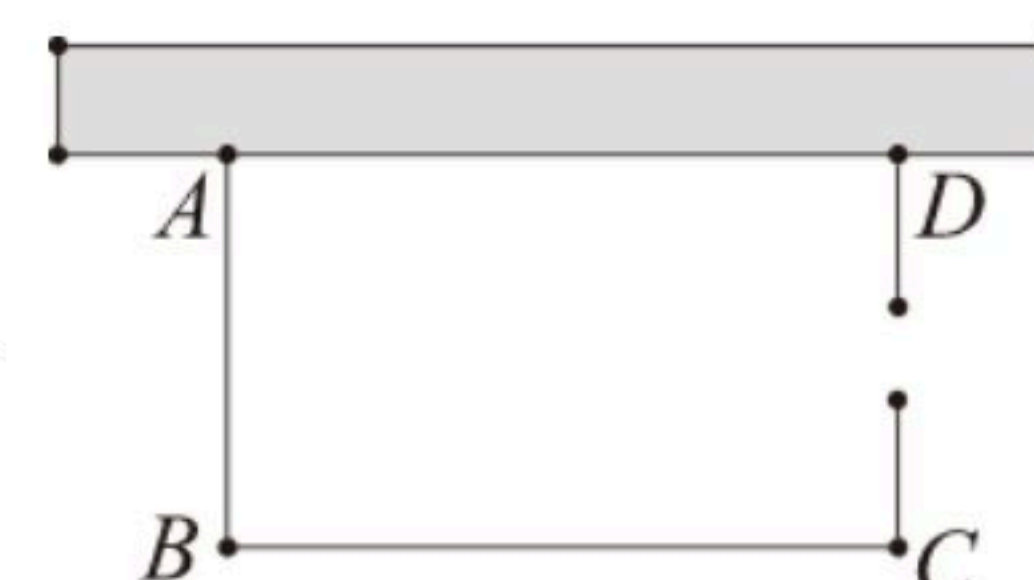
(2)  $3(x-1)^2=x^2-1$

17. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $E$ 是 $BC$ 的中点， $AD \parallel BC$ ， $AE \parallel DC$ 。请判断四边形 $AECD$ 的形状，并说明理由。



18. 小明和小亮计划暑期结伴参加志愿者活动。小明想参加敬老服务活动，小亮想参加文明礼仪宣传活动。他们想通过做游戏来决定参加哪个活动，于是小明设计了一个游戏，游戏规则是：在三张完全相同的卡片上分别标记4、5、6三个数字，一人先从三张卡片中随机抽出一张，记下数字后放回，另一人再从中随机抽出一张，记下数字，若抽出的两张卡片标记的数字之和为偶数，则按照小明的想法参加敬老服务活动，若抽出的两张卡片标记的数字之和为奇数，则按照小亮的想法参加文明礼仪宣传活动。你认为这个游戏公平吗？请说明理由。

19. 如图，某农场要建一个面积为140平方米的矩形仓库，仓库的一边靠墙(墙长18米)，另三边用木板材料围成，为了方便进出，在与墙垂直的一边上要开一扇2米宽的门，已知围建仓库的现有木板材料总长为32米，那么这个仓库的两边长分别为多少米？





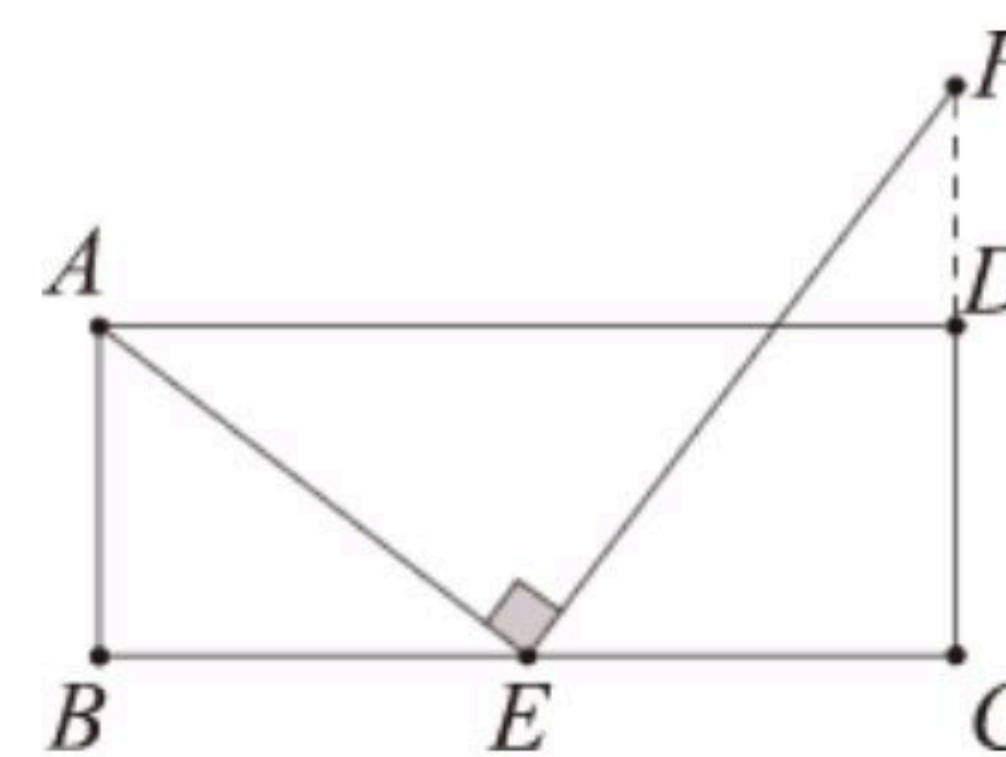


扫码查看解析

20. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 $E$ 是 $BC$ 的中点， $EF \perp AE$ 交 $CD$ 于点 $F$ .

(1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle ECF$ ;

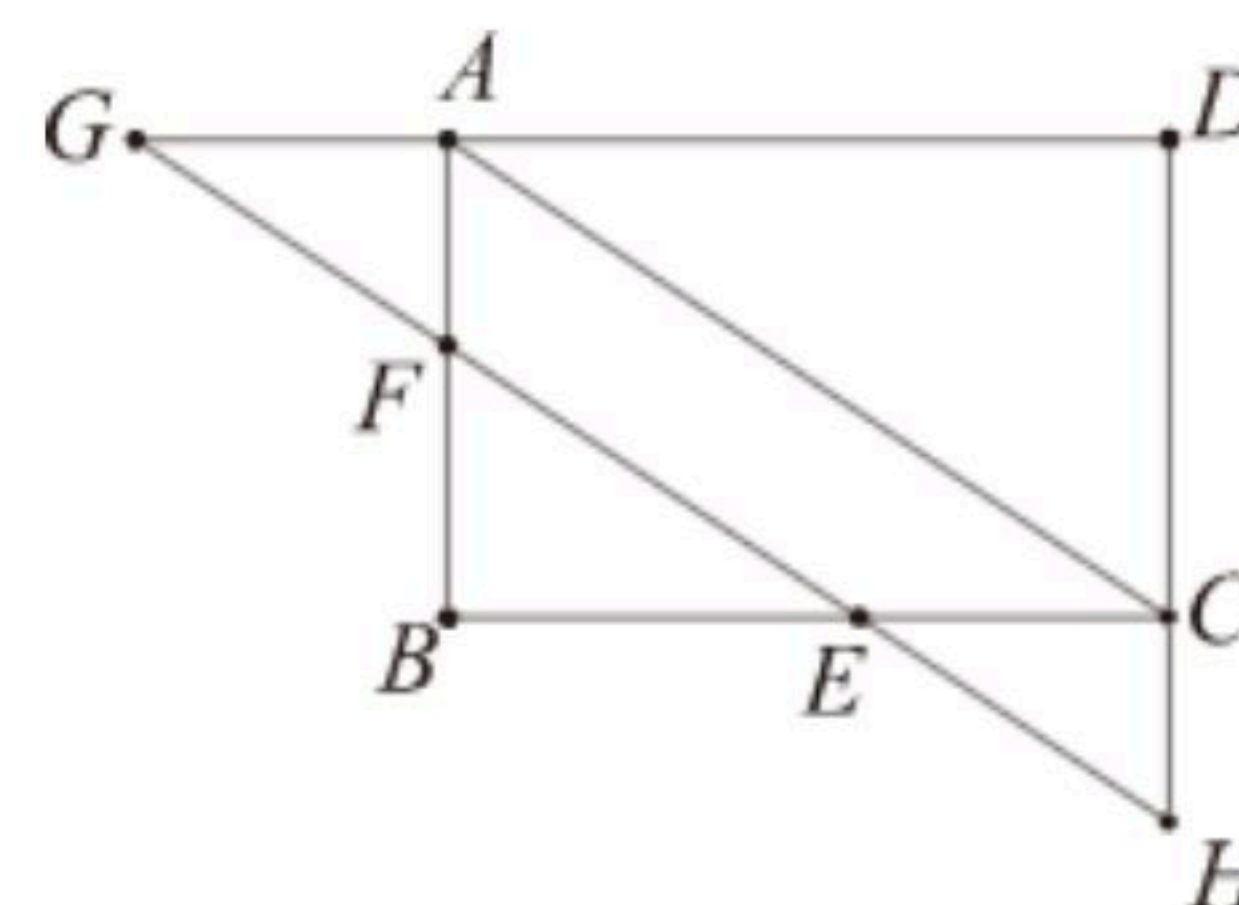
(2) 若 $AB=3$ ， $BC=8$ ，求 $EF$ 的长.



21. 已知：如图，在矩形 $ABCD$ 中， $E$ 是边 $BC$ 上一点，过点 $E$ 作对角线 $AC$ 的平行线，交 $AB$ 于 $F$ ，交 $DA$ 和 $DC$ 的延长线于点 $G$ 、 $H$ .

(1) 求证： $\triangle AFG \cong \triangle CHE$ ;

(2) 若 $\angle G = \angle BAC$ ，则四边形 $ABCD$ 是什么特殊四边形？并证明你的结论.



22. 为积极响应新旧动能转换，提高公司经济效益，某科技公司研发出一种新型高科技设备，每台设备成本价为40万元，若每台设备售价为45万元时，平均每月能售出300台；根据市场调研发现：这种设备的售价每提高0.5万元，其销售量就将减少5台. 根据相关规定，此设备的销售单价不低于45万元，且获利不高于30%. 如果该公司想实现每月2500万元的利润，则该设备的销售单价应是多少万元？

23. 【问题提出】如果从1, 2, 3, ...,  $m$ ， $m$ 个连续的自然数中选择 $n$ 个连续的自然数( $n \leq m$ )，有多少种不同的选择方法？

【问题探究】为发现规律，我们采用一般问题特殊化的策略，先从最简单的问题入手，再逐次递进，最后得出一般性的结论

探究一：

如果从1, 2, 3, ...,  $m$ ， $m$ 个连续的自然数中选择2个连续的自然数，会有多少种不同的选择方法？

如图1，当 $m=3$ ， $n=2$ 时，显然有2种不同的选择方法；

如图2，当 $m=4$ ， $n=2$ 时，有1, 2; 2, 3; 3, 4这3种不同的选择方法；

如图3，当 $m=5$ ， $n=2$ 时，有 \_\_\_\_\_ 种不同的选择方法；

.....

由上可知：从 $m$ 个连续的自然数中选择2个连续的自然数，有 \_\_\_\_\_ 种不同的选择方法.

探究二：

如果从1, 2, 3, ..., 100，100个连续的自然数中选择3个，4个, ...,  $n$  ( $n \leq 100$ )个连续的自然数，分别有多少种不同的选择方法？

我们借助下面的框图继续探究，发现规律并应用规律完成填空





扫码查看解析

1	2	3	...	93	94	95	96	97	98	99	100
---	---	---	-----	----	----	----	----	----	----	----	-----

从100个连续的自然数中选择3个连续的自然数，有\_\_\_\_\_种不同的选择方法；

从100个连续的自然数中选择4个连续的自然数，有\_\_\_\_\_种不同的选择方法；

.....

从100个连续的自然数中选择8个连续的自然数，有\_\_\_\_\_种不同的选择方法；

.....

由上可知：如果从1, 2, 3.....100, 100个连续的自然数中选择 $n(n \leq 100)$ 个连续的自然数，有\_\_\_\_\_种不同的选择方法。

【问题解决】如果从1, 2, 3..... $m$ ,  $m$ 个连续的自然数中选择 $n$ 个连续的自然数( $n \leq m$ )，有\_\_\_\_\_种不同的选择方法。

【实际应用】我们运用上面探究得到的结论，可以解决生活中的一些实际问题。

(1)今年国庆七天长假期间，小亮想参加某旅行社组织的青岛两日游，在出行日期上，他共有\_\_\_\_\_种不同的选择。

(2)星期天，小明、小强和小华三个好朋友去电影院观看《我和我的祖国》，售票员李阿姨为他们提供了第七排3号到15号的电影票让他们选择，如果他们想拿三张连号票，则一共有\_\_\_\_\_种不同的选择方法。

【拓展延伸】如图4，将一个 $2 \times 2$ 的图案放置在 $8 \times 6$ 的方格纸中，使它恰好盖住其中的四个小正方形，共有\_\_\_\_\_种不同的放置方法。



图1



图2

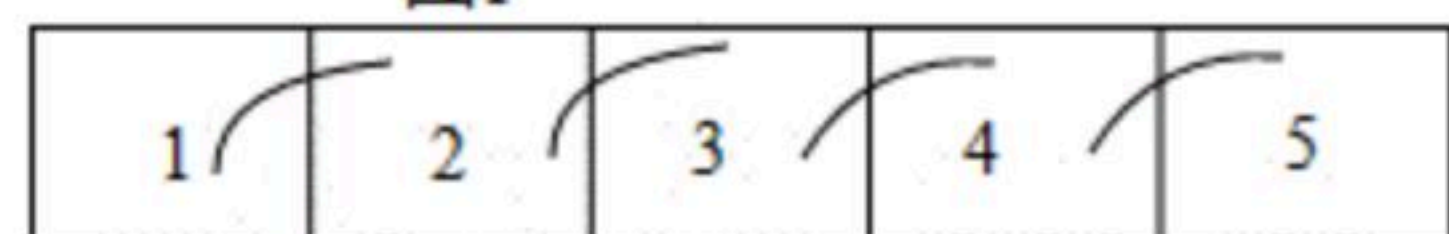


图3

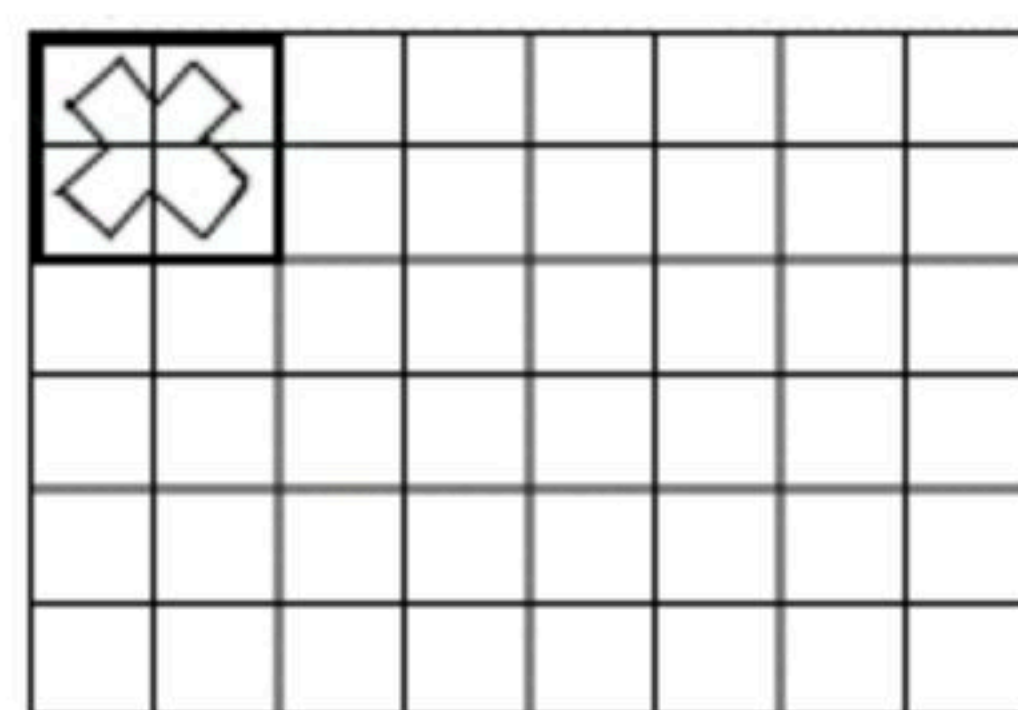


图4

24. 已知：如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=10cm$ ， $BC=12cm$ ，动点 $P$ 从点 $A$ 出发以 $1cm/s$ 的速度沿 $AB$ 匀速运动，动点 $Q$ 同时从点 $C$ 出发以同样的速度沿 $BC$ 的延长线方向匀速运动，当点 $P$ 到达点 $B$ 时，点 $P$ 、 $Q$ 同时停止运动，设运动时间为 $t(s)(0 < t < 10)$ 。过点 $P$ 作 $PE \parallel BC$ 交 $AC$ 于点 $E$ ，以 $CQ$ 、 $CE$ 为边作平行四边形 $CQFE$ 。

(1)当 $t$ 为何值时， $\triangle BPQ$ 为直角三角形；

(2)设四边形 $BPFQ$ 的面积为 $y(cm^2)$ ，求 $y$ 与 $t$ 的函数关系式；

(3)在运动过程中，是否存在某一时刻 $t$ ，使 $S_{\text{四边形}BPFQ} : S_{\triangle ABC} = 7 : 6$ ？若存在，求出 $t$ 的





扫码查看解析

值；若不存在，请说明理由；

(4) 是否存在某一时刻  $t$ ，使点  $F$  在  $\angle ABC$  的平分线上？若存在，求出  $t$  的值，若不存在，请说明理由。

